



**Lesnická  
a dřevařská  
fakulta**

**Geodézie  
Přednáška**

**Geodézie – historie, úkoly a rozdělení  
Tvar a rozměry Země  
Vliv zakřivení Země na měřené veličiny**

Mendelova  
univerzita  
v Brně



- ❑ geodézie je zařazována do oblasti geověd – věd o Zemi
- ❑ patří mezi nejstarší vědní obory (původ z období antiky)
- ❑ složenina řeckých slov „geo“ (Země) a „daisia“ (dělení)
- ❑ Aristotelovy spisy (384-322 př.n.l.) – termín geodézie označoval rozměřování a rozdělování pozemků k zemědělskému obdělávání
- ❑ vědecký a technický obor - pomocí geometrických a fyzikálních metod získává údaje metrického a fyzikálního charakteru o Zemi, případně jejich částech a zjišťuje geometrické údaje pro tvorbu map
- ❑ vazba na mnoho vědních oborů a technických disciplín:
  - mapování – soubor činností konaných pro tvorbu původní mapy
  - zeměměřictví – geodetické a kartografické činnosti konané v katastru nemovitostí
  - kartografie – obor zabývající se znázorněním zemského povrchu do roviny, soubor činností při zpracování a využívání map

- fotogrammetrie – obor zabývající se přesným měřením na snímcích za účelem rekonstrukce tvaru, rozměrů a polohy předmětů zobrazených na těchto snímcích
- geoinformatika – interdisciplinární oblast poznání na styku geografie, kartografie a informatiky, zkoumá přírodní a socioekonomické geosystémy (strukturu, vztahy, dynamiku apod.) pomocí modelování
- dálkový průzkum Země – soubor metod a postupů zabývajících se pozorováním a měřením objektů a jevů na zemském povrchu, případně nad ním nebo pod ním, bez přímého kontaktu s nimi
  - zpracovává data za účelem získání informací o poloze, stavu a druhu těchto objektů
- geografický informační systém – soubor počítačové techniky, software a dat určený ke sběru, uchovávání, manipulaci, analýze a zobrazování geografických informací

## Základní úkol geodézie

- ❑ stanovení tvaru a rozměrů Země
- ❑ určení vzájemné polohy bodů na zemském povrchu (nebo v prostoru) ve směru vodorovném i svislém
- ❑ převést, případně promítnout tyto body vhodným způsobem do roviny, tj. na plány a mapy
- ❑ konečným výsledkem (výstupem) geodetických prací je:
  - polohopisný a výškopisný plán
  - mapa určité části zemského povrchu (dělení podle obsahu a měřítka, mapy polohopisné i výškopisné, mapy katastrální, geografické, účelové a tematické)
- ❑ geodézie se uplatňuje při řešení různých problémů i v jiných odvětvích
  - průmysl a doprava (těžba surovin, projektování)
  - stavebnictví (sedání staveb, pevnost konstrukcí)
  - zemědělství, lesní a vodní hospodářství
  - geofyzika (pohyby zemské kůry) a geologie (eroze, sesuvy) atd.

**Geodézie vyšší** - zabývá se převážně úkoly vědeckého charakteru

- ❑ řeší problémy spojené s určením tvaru a rozměrů Země
- ❑ otázky související se zaměřením a výpočty geodetických sítí (budování geodetických základů) – základ pro podrobné měření velkého rozsahu
- ❑ úlohy se řeší na základě přesných geodetických, astronomických a gravimetrických měření
- ❑ spadá sem i matematická kartografie (řeší problémy zobrazování bodů na zakřiveném zemském povrchu do roviny mapy, tak aby zkreslení byla co nejmenší)

**Geodézie nižší** – praktická

- ❑ zabývá se vlastním podrobným polohopisným a výškopisným měřením
- ❑ dále se zabývá jednotlivými měřickými metodami, přístroji a pomůckami
- ❑ do obsahu nižší geodézie řadíme i výpočetní a zobrazovací práce
- ❑ polohopisná měření zanedbávají zakřivení Země – geodézie rovinná

**Inženýrská geodézie**

- ❑ vyčlenila v nedávném období z geodézie nižší (spojeno se stavebnictvím)

- ❑ geodézie je jedna z nejstarších věd o Zemi
- ❑ počátky sahají daleko do doby před naším letopočtem
  - touha lidstva poznávat okolní svět
  - ovlivněna praktickými potřebami života (nové zaměření hranic pozemků po záplavách, zaměření sítě zavodňovacích kanálů)
- ❑ otázka tvaru a velikosti planety Země zaměstnávala lidstvo od prvních počátků kulturního života
- ❑ základy vytvořeny pravděpodobně v jedné z kolébek civilizace – Egyptě
  - dochovaná učebnice zeměměřictví od Ahmesa (1900-1700 př.n.l.) na papyrusu – poučky pro výpočet ploch rovinných obrazců a objemů, zaměřování pozemků
  - dokonale provedené a orientované stavby paláců, chrámů a pyramid
  - nástěnné malby na hrobech v Thébách, případně Methenově hrobce v Saquaře (představují měření provazcem)

## Starověk

- ❑ jedna z prvních představ o světě je popsána v Homérových zpěvech (asi 850 př.n.l.) – Země je kotouč obklopený oceánem s nebeskou klenbou ve tvaru přilby
- ❑ v 6. století př.n.l. matematik Pythagoras tvrdil, že Země má tvar koule, stejný názor měl i jeho žák Platón
- ❑ prvním, kdo tento názor podložil důkazy byl Aristotelés
  - postupné mizení odplouvající lodi za obzorem
  - kruhový stín Země na Měsíci při jeho zatmění
- ❑ první historicky známé určení velikosti Země – matematik Eratosthenés (asi 250 př.n.l.) – změřil délku poledníkového oblouku a z něj odvodil zemský obvod (výsledek se liší 0,8% od skutečnosti)
- ❑ Egypťané – měli svůj pozemkový katastr – na papyrusu náčrty pozemků, které jsou rozděleny na městské, chrámové, královské, soukromníků, zahrady, pastviny, neúrodné pozemky atd.
- ❑ na tradice starých Egypťanů později navazují Řekové

## Starověk

- ❑ sestavení prvních měřických přístrojů – „dioptra“, Heron Aleksandrijský (1. století př.n.l.) – předchůdce teodolitu
- ❑ v Heronově spise „Dioptria“ jsou uvedeny některé geodetické úlohy:
  - různé způsoby dělení ploch
  - určení výšky předmětu
  - určení šířky řeky nepřímým způsobem
- ❑ Hipodames z Miléta (450 př.n.l.) – vypracoval zastavovací plán athénské přístavu Pirea



## Středověk

- ❑ od Řeků přijali kulturu Římané – neobohatili praxi, ale byli mistry v praktické aplikaci (vedení záznamů o pozemkovém vlastnictví)
- ❑ využívali geodetických znalostí k vojenským účelům (zaměření a rozdělení dobytých území) i civilním (vyměřování sídlišť a silnic, stavby akvaduktů)
- ❑ Římané začali používat dva zeměměřické přístroje
  - gróma – pro vytyčování kolmic
  - chorobates (choro-bateo = procházet krajinou) – pro nivelaci (vytyčování vodovodních potrubí)
- ❑ zánik Římské říše – zánik starověké kultury
- ❑ upevňování pozic křesťanství v Evropě – rozpor se starověkými vědami (nutno upravit ve prospěch církve) – zastánci kulatosti Země pronásledování katolickou církví
- ❑ tímto kulatost Země upadla v zapomnění

## Středověk

- ❑ přerušovaný vývoj přírodních věd byl v evropských zemích navázán až po 1 000 letech při styku křižáckých výprav s vyspělou arabskou kulturou
- ❑ mnoho termínů a názvů v zeměměřictví a astronomii pochází z arabštiny
  - alhidáda – (al-idáda = počítadlo)
  - azimut (as-samt = směr, kurs)
  - zenit, nadir
- ❑ Arabové pronikali přes Pyrenejský poloostrov do Evropy – provedli velmi přesné stupňové měření a určili tak zemský obvod
- ❑ rozvoj trigonometrie a aritmetiky, zavedení desítkové soustavy
- ❑ pozdní středověk – rozvoj geodézie ovlivněn potřebou map při plavbách (objevitelských)
  - Kryštof Kolumbus (1492 – objevení Ameriky)
  - Amerigo Vespucci (1507 – jméno Amerika)
  - Vasco de Gama (1497-1498 – plavba do Indie)
  - Fernando Magallanés (1522 – obeplutí světa)

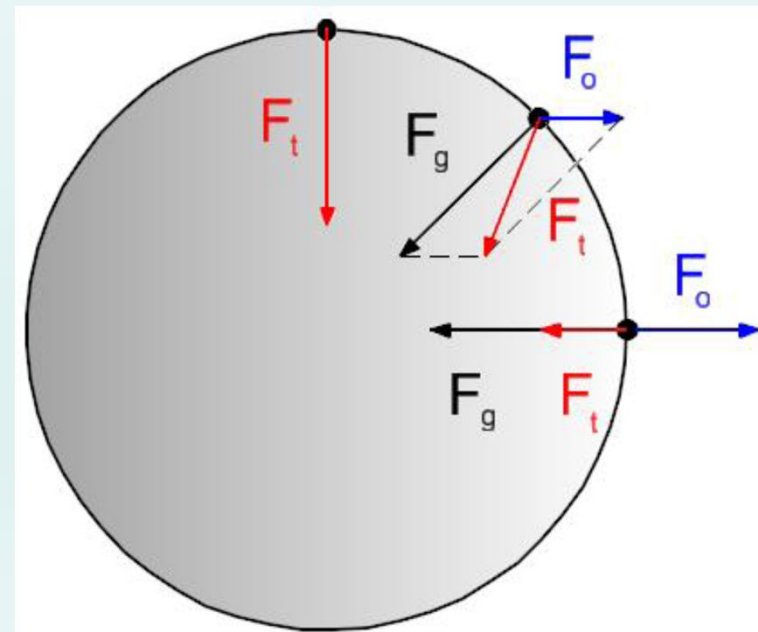
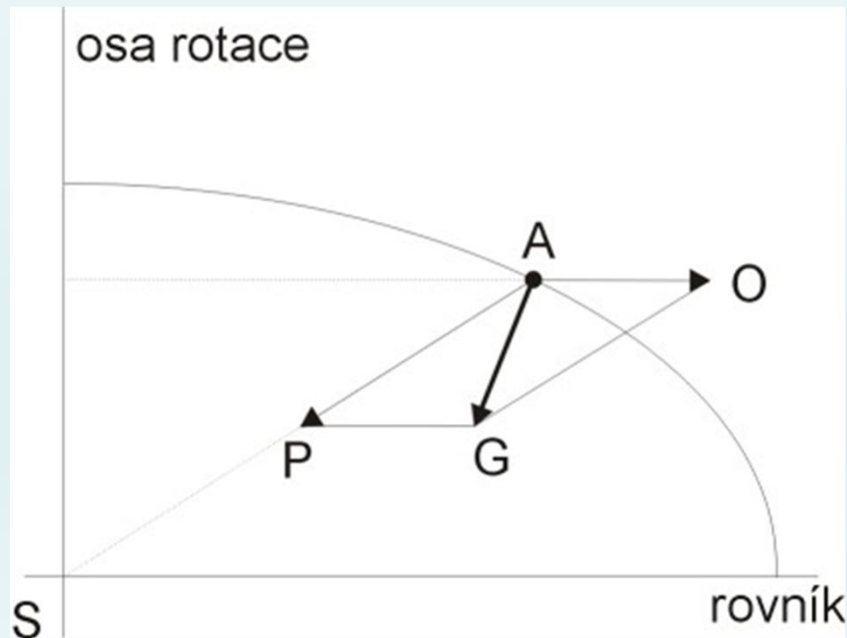
## Středověk

- ❑ v této době se setkáváme se zeměměřickou činností i v českých zemích
- ❑ vznikají první samostatné mapy:
  - Čechy – Mikuláš Klaudyán (1518), Pavel Aretin (1619)
  - Morava – Pavel Fabricius (1569), Jan Ámos Komenský (1626)
  - Slezsko – Martin Helwig (1561)
  - Slovensko – Lazarus (1513), Samuel Mikoviny
- ❑ Komenský – jeho druhý díl geometrie je označen jako „Geodesia“
- ❑ významnými vědci své doby byli:
  - Mikuláš Koperník (1473-1543)
  - Galileo Galilei (1564-1642)
  - Jan Kepler (1571-1630)
- ❑ tito vědci svým heliocentrickým názorem položili základ moderní geodézie

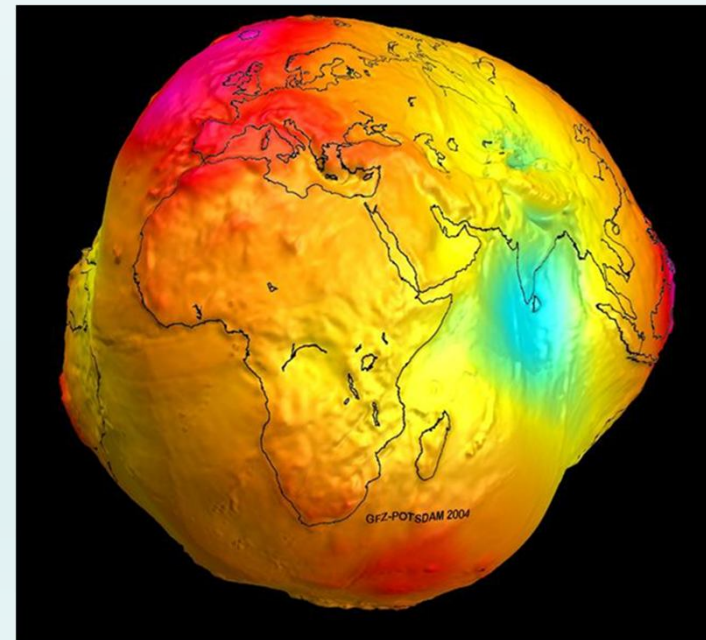
## Novověk

- ❑ v 16. století bylo kulturní centrum přeneseno do severozápadní Evropy (Nizozemí, Francie, Anglie)
- ❑ nové znalosti v matematice, deskriptivní geometrii a fyzice umožnily geodézii postavit na teoretický základ
- ❑ v této době byly položeny vědecké základy geodézie
- ❑ přelom 16. a 17. století - k vyšší přesnosti pomohly geodézii dva vynálezy – měřický stůl a dalekohled
- ❑ mezníkem ve vývoji geodézie se stalo první použití trigonometrické sítě (holandský matematik Willebrord Snell van Roijen, zvaný Snellius)
- ❑ od roku 1817 se naše území soustavně zaměřuje a zobrazuje na katastrálních mapách
- ❑ mapové dílo, které bylo na větší části vybudováno nemělo co do rozsahu a přesnosti ve světě obdoby
- ❑ rozvoj jemné mechaniky zejména ve 20. století – podstatné změny v konstrukci geodetických přístrojů – větší přesnost a efektivita měřických a grafických prací

- ❑ Země je fyzikální těleso vytvořené a udržované ve svém tvaru působením síly tíže  $G$ , která je výslednicí přitažlivé ( $P$ ) a odstředivé ( $O$ ) síly Země
  - přitažlivé síly – vliv Měsíce a Slunce
  - odstředivé síly – rotací Země kolem vlastní osy a kolem Slunce
- ❑ Tíhové pole Země – prostor, ve kterém se projevuje působení zemské tíže a tělesa jsou přitahována přibližně do středu Země

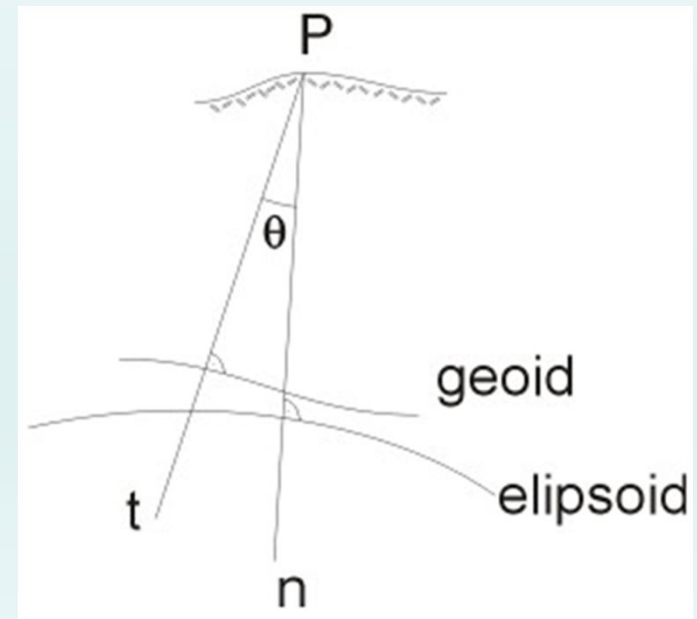


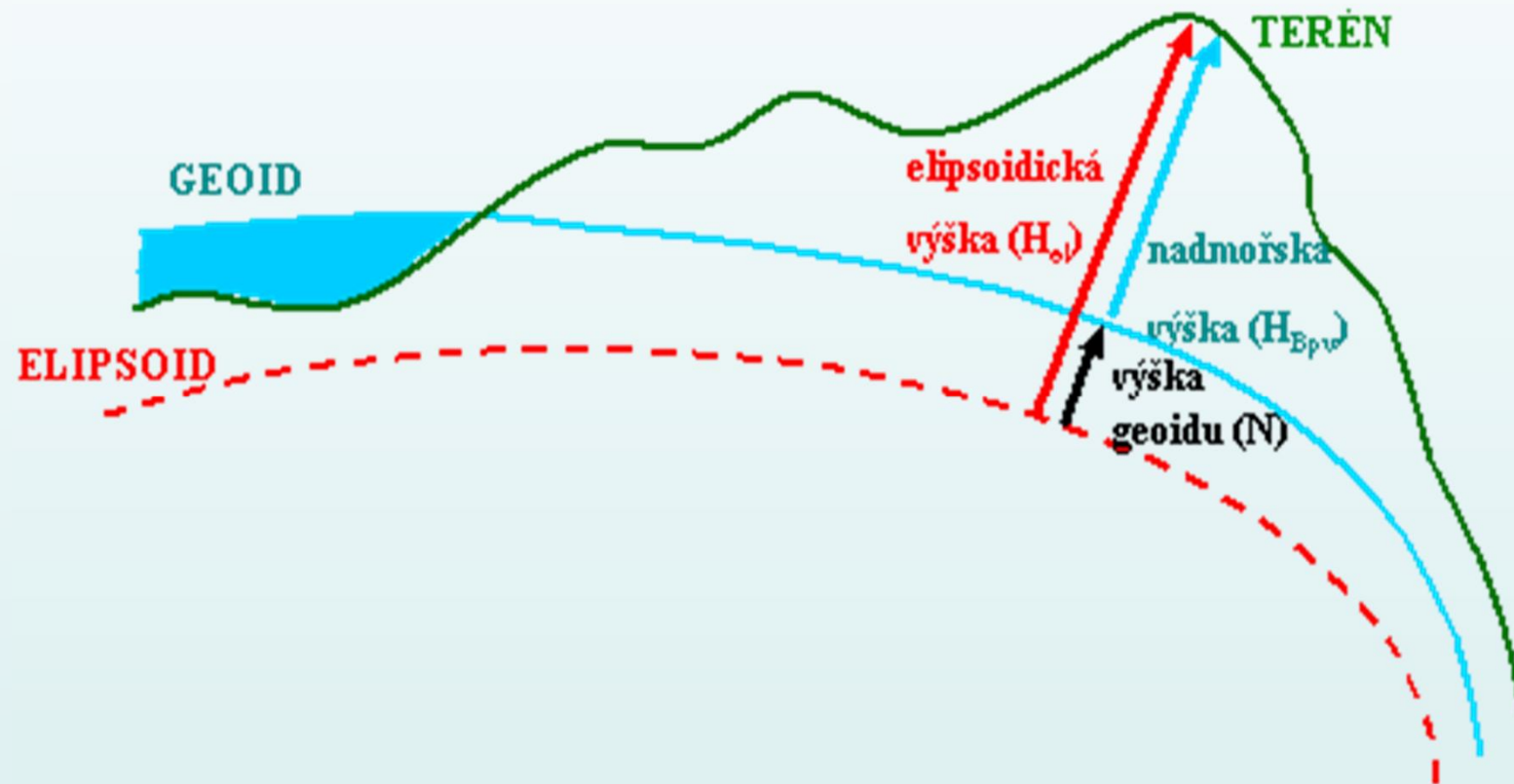
- ❑ skutečný povrch Země je velmi nepravidelný a členitý (geologický vývoj, vulkanická činnost, erozní vlivy) – těleso se nedá matematicky definovat
- ❑ nahrazuje se jakousi ideální spojitou plochou, která je ve všech svých bodech kolmá na směr tíže (všechny body mají konstantní potenciál zemské tíže)
- ❑ hladinová plocha prochází nulovou nadmořskou výškou a nazýváme ji „geoid“ (Listing, 1871)
- ❑ geoid odpovídá nerušené stěně hladině moří a oceánů, protažené i pod kontinenty
- ❑ při měření je tato plocha realizována urovnanou libelou přístroje
- ❑ geoid také není plochou zcela pravidelnou (ovlivněno rozložením hmot) – nevhodný pro matematické řešení geodetických úloh
- ❑ pro potřeby mapování jej nahrazujeme referenčními plochami



## Referenční elipsoid

- ❑ rotační těleso zploštělé na pólech, určen dvěma konstantami (hlavní a vedlejší poloosa, případně excentricita a zploštění)
- ❑ střed elipsoidu ztotožněn s těžištěm geoidu, vedlejší poloosa splývá s osou rotace Země a jeho rotační rychlost totožná s rychlostí zemské rotace => absolutní elipsoid (zemský)
- ❑ referenční elipsoid – nemá střed totožný s těžištěm Země, vedlejší osa nemusí být rovnoběžná s osou zemské rotace
- ❑ tento elipsoid aproximuje zemské těleso (geoid) jen v určité oblasti
- ❑ pokud nahrazujeme geoid rotačním elipsoidem, tížnice ke geoidu  $t$  a normála k elipsoidu  $n$  svírají úhel, nazvaný tížnicová odchylka  $\theta$
- ❑ největší rozdíly mezi geoidem a rotačním elipsoidem jsou vlivem tížnicové odchylky pod masivy velehor (několik desítek metrů)





Průběh geoidu a elipsoidu vzhledem k povrchu Země



- ❑ v ČR se v civilním sektoru pro mapová díla v S-JTSK využívá elipsoid Besselův, pro vojenské topografické mapy v systému S-1942/83 elipsoid Krasovského
- ❑ velmi užívaným je rovněž elipsoid Hayfordův, který byl roku 1924 přijat za mezinárodní elipsoid
- ❑ od roku 1967 se na doporučení mezinárodní asociace IAG používá pro vědecké účely nový, tzv. oficiální světový elipsoid Lucernský
- ❑ pro metody měření pomocí GNSS je používán elipsoid WGS-84
- ❑ práce na upřesnění tvaru Země stále pokračují
- ❑ podle nejnovějších vědeckých poznatků využívajících výsledky měření pomocí družic a astronomických pozorování se ukazuje, že tvar Země nejlépe vystihuje trojosý elipsoid, kde i rovník je mírně zploštělý

	Bessel	Hayford	Krasovskij	IAG 1967	WGS-84
rok	1841	1909	1940	1967	1984
a[m]	6377397.155	6378388	6378245	6378160	6378137
b[m]	6356078.963	6356911.946	6356863.019	6356774.516	6356752.314
i[m]	1/299.153	1/297.0	1/298.3	1/298.247	1/298.257

## Referenční koule

☐ pro řešení mnoha geodetických úloh lze nahradit rotační elipsoid koulí (není-li vyžadována vysoká přesnost, např. tvorba map malých měřítek)

1. střední poloměr křivosti  $R$ , který je závislý na zeměpisné šířce
  - poloměr se vypočítává ke středu území, v němž se koule dotýká elipsoidu (pro naše území  $49,5^\circ$   $R = 6\,380$  km)

	Bessel	Hayford	Krasovskij	IAG 1967	WGS-84
$R_m[m]$	6380703.611	6381718.731	6391561.267	6381476.805	6381453.683

2. jednotný poloměr pro všechna místa na Zemi
  - poloměr koule je vypočítán tak, aby splňoval některou z následujících podmínek
    - a) koule musí mít stejný objem jako elipsoid
    - b) koule musí mít stejnou plochu jako elipsoid
    - c) koule musí mít poloměr rovnající se aritmetickému průměru všech tří poloos elipsoidu
  - ve všech těchto případech vychází shodně náhradní koule o poloměru  $R = 6\,371$  km (poloměr rovníku je přitom  $6\,378$  km)

## Referenční rovina

- ❑ jedná-li se o území menšího rozsahu (do 1 000 km<sup>2</sup>), je možno v některých případech považovat zemský povrch za rovinný – geodetické práce možno provádět podle pouček a pravidel rovinné geometrie
- ❑ vodorovné úhly a délky jsou prakticky stejné na zakřiveném povrchu i na jeho tečné rovině
- ❑ platí přímá úměra: čím menší plocha a kratší vzdálenosti, tím menší zkreslení a přesnější výsledek
- ❑ použití pro mapy velkých měřítek, případně polohopisných plánů
- ❑ pro výšková měření je nutné zakřivení Země uvažovat i na krátké vzdálenosti

- ❑ v praktické geodézii používáme za průmětnou plochu horizontální rovinu (zdánlivý horizont) – tím vznikají chyby v délkách, plochách, úhlech a výškách
- ❑ tyto hodnoty se v rovinném průmětu oproti skutečným hodnotám zkreslí
- ❑ platí zde přímá úměra: čím větší je vzdálenost mezi uvažovanými body a čím větší bude zobrazované území, tím větší budou hodnoty zkreslení
- ❑ rozbořem těchto chyb stanovíme do jaké míry lze ještě zemský povrch považovat za rovinný, aniž bychom ovlivnili přesnost měřených veličin
- ❑ přesnost měření lze charakterizovat relativními chybami
- ❑ přesnost zobrazení  $\Delta_r$  (grafická přesnost) závisí na přesnosti vynesení ( $\Delta_y = \pm 0,05$  mm) a na měřítku mapy  $m$

$$\Delta_r = \Delta_y \cdot m$$

## Rozdíly v délkách

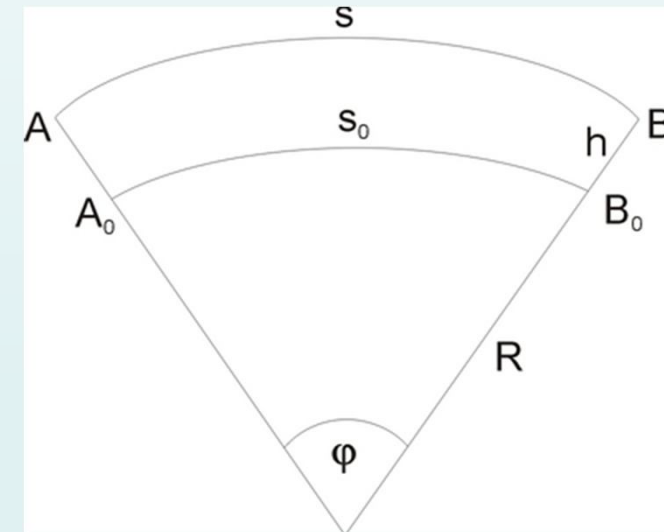
### 1. Změna délky promítnuté do nulového horizontu

- ☐ délka  $s$  v nadmořské výšce  $h$  se změní při průmětu do nulového horizontu v důsledku sbíhavosti tížnic na délku  $s_0$ , obě délky se budou lišit o hodnotu  $\Delta s$

Redukce délek z nadmořské výšky (mm)

výška $h$	100m	500m	1000m	2000m
délka 100m	2	8	16	31
délka 200m	3	16	31	63
délka 500m	8	39	78	157
délka 1000m	16	78	157	313
délka 2000m	31	157	314	627
délka 5000m	78	392	784	1576

$$\Delta s = s - s_0 = h \cdot \frac{s}{R}$$



- ☐ v běžné geodetické praxi jsou maximální přípustné odchylky při dvojím měření délky mnohem větší
- ☐ k zakřivení Země nemusíme přihlížet, pokud neprovádíme velmi přesná měření nebo nejsme ve větší nadmořské výšce (nad 1000 m)

## 2. Rozdíl v délkách horizontů

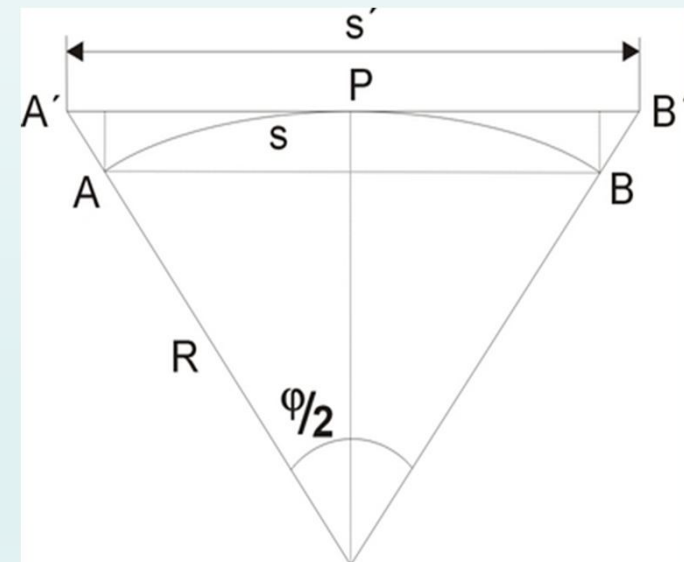
- ❑ vzdálenost bodů **A** a **B** na zakřiveném zemském povrchu se rovná délce oblouku **s**, promítneme-li body do zobrazovací tečné roviny zobrazí se jako **A'**, **B'**
- ❑ jedná se o rozdíl mezi délkou skutečného horizontu **s** a délkou zdánlivého horizontu **s'**, obě délky se budou lišit o hodnotu **Δs**

$$\Delta s = s - s' = \frac{s^3}{12R^2}$$

Rozdíl délek na rovině a na kouli (mm)

s[km]	10	15	20	25	30	35
delta[mm]	2	7	16	32	55	88

- ❑ velikost těchto chyb je rovněž značně menší než přípustné odchylky pro měření délky a v běžné geodetické praxi se s nimi nepočítá
- ❑ zakřivenou plochu lze nahradit rovinou až do vzdálenosti  $s = 30$  km



## Rozdíly v úhlech

- ❑ chybu v měření úhlů lze určit ze sférického excesu  $\varepsilon$  (nadbytku) – rozdíl mezi součtem úhlů v uzavřeném obrazci na elipsoidu nebo kouli a součtem úhlů v témže obrazci promítnutém do roviny
- ❑ při promítnutí do roviny zanedbáváme sférický exces daný výrazem:

$$\varepsilon'' = \rho'' \cdot \frac{P}{R^2}$$

P ... plocha sférického obrazce

R ... poloměr Země

$\rho''$  ...radián ve vteřinách ( $360^\circ/2\pi = 206264,806''$ )

- ❑ pro rovnostranný sférický trojúhelník o stranách 20 km je sférický exces  $\varepsilon = 0,9''$  a každý úhel v rovinném trojúhelníku bude zatížen chybou  $\varepsilon''/3 = 0,3''$  (velmi malá hodnota)
- ❑ hodnoty sférického excesu jsou mnohem menší než je střední chyba velmi přesných úhlových měření v trigonometrické síti => nemusíme přihlížet k zakřivení Země i při přesnějších měřeních

## Rozdíly ve výškách

- ❑ při měření výšek zaměňujeme skutečný horizont za horizont zdánlivý
- ❑ výškový rozdíl bodů **A** a **B** je definován jako kolmá vzdálenost hladinových ploch procházejících zmíněnými body
- ❑ záměnou horizontů určíme převýšení  $\Delta h'_{AB}$  namísto správného převýšení  $\Delta h_{AB}$
- ❑ tímto se dopouštíme chyby o velikosti **q**

$$(R + q)^2 = R^2 + s^2$$

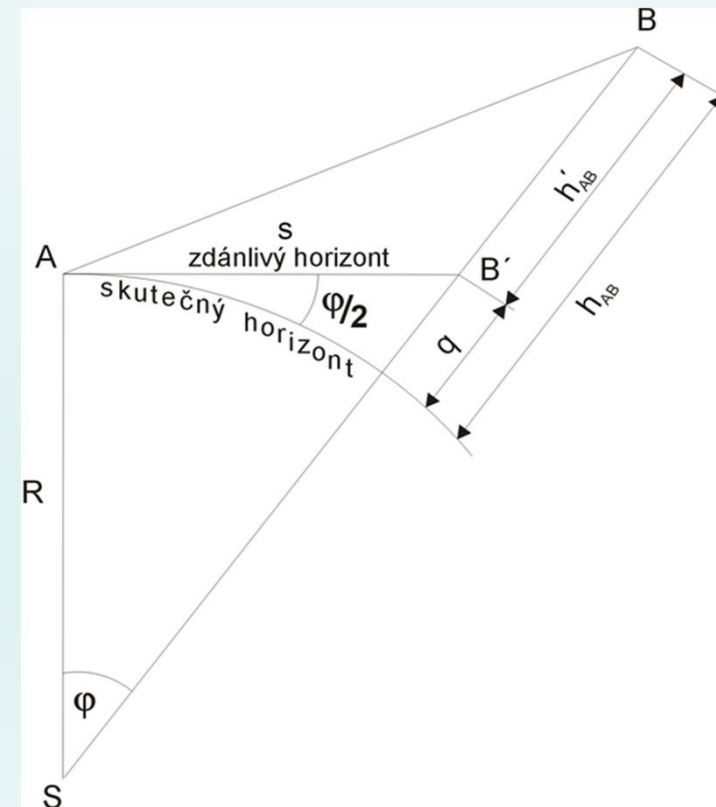
$$R^2 + 2Rq + q^2 = R^2 + s^2$$

$$2Rq + q^2 = s^2$$



zanedbáváme (velmi malá hodnota vůči R)

$$q = \frac{s^2}{2R}$$





- ❑ z výsledného vztahu je vidět, že chyba  $q$  roste kvadraticky a vliv zakřivení Země není možno při výškovém měření zanedbat ani na velmi krátké vzdálenosti
- ❑ chyba překračuje tolerance i běžných výškových měření
- ❑ v tabulce níže jsou uvedeny chyby ve výškách pro  $R = 6\,371$  km a různé délky

**Chyba ve výškách pro vybrané hodnoty délek**

$s[m]$	100	500	1000	5000
$q[mm]$	1	20	78	1959

**Děkuji za pozornost  
Ing. Miloš Cibulka, Ph.D.**

**Ústav hospodářské úpravy lesů a aplikované geoinformatiky  
Lesnická a dřevařská fakulta  
uhulag.mendelu.cz  
tel.: 545 134 015**