



Lesnická
a dřevařská
fakulta

Geodézie
Přednáška

Měření délek

Mendelova
univerzita
v Brně



- ❑ délka je vzdálenost mezi dvěma body vyjádřená v délkových jednotkách
- ❑ podle způsobu můžeme délky měřit (určit) přímo nebo nepřímo

Metody přímého měření délek

- pomocí měřidla určité velikosti (délky) – tuhá měřidla
- z důvodu kontroly a vyšší přesnosti se délka měří vícekrát (průměr)

A. pásmo, metr

B. lať, tyč

C. drát, provázek

Metody nepřímého měření délek

- při nepřímém měření délek se neměří přímo žádaná délka, ale veličiny, ze kterých tuto délku určíme
- tyto veličiny jsou ve známém geometrickém nebo fyzikálním vztahu k určované délce

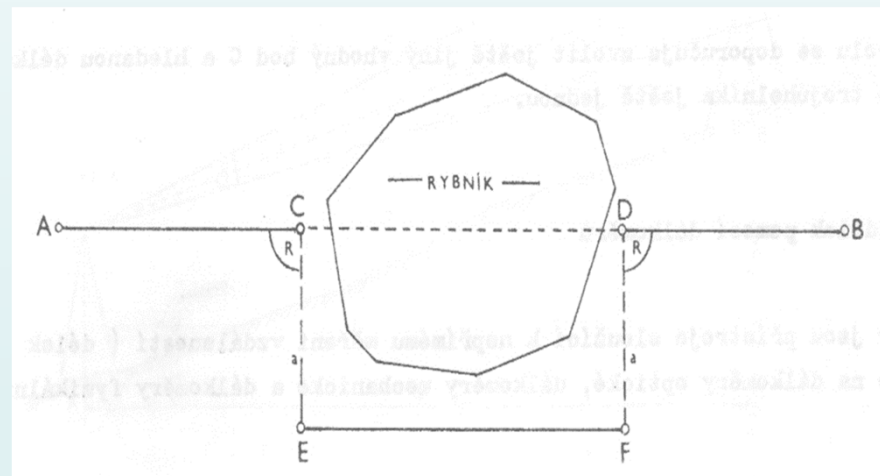
A. Geometrické měření

B. Trigonometrické měření

C. Měření pomocí dálkoměrů

A. Geometrické měření délek

- ❑ používáme jednoduchých geometrických pouček a vzorců z planimetrie
- ❑ použití jen výjimečně z důvodu nemožnosti změřit přímou vzdálenost přes překážku (voda, porosty, budovy atd.)
- ❑ v současnosti se tato metoda již nepoužívá



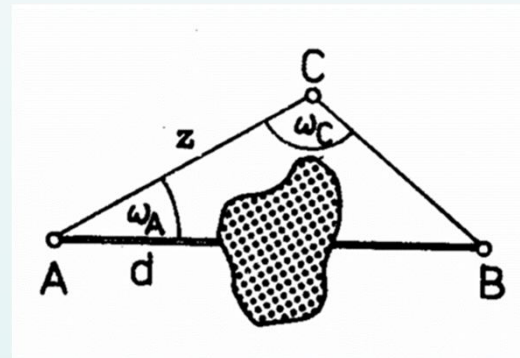
$$AB = AC + EF + DB$$

B. Trigonometrické měření délek

- ❑ trigonometrické určování délek se používá:
 - pokud je jeden z koncových bodů měřené délky nepřístupný
 - mezi koncovými body měřené délky není přímá viditelnost
- ❑ v tomto případě se vychází z řešení všeobecného trojúhelníka, ve kterém je určovaná délka d neznámou stranou
- ❑ protože se jedná o výpočet z trojúhelníků, nazývá se toto určování délek trigonometrickým
- ❑ neznámou délku d je třeba vypočítat s nezávislou kontrolou
- ❑ výsledná hodnota při trigonometrickém určování délek je vždy vodorovná délka, i když oba koncové body přímky leží v různých výškách (vyplývá z definice vodorovného úhlu)
- ❑ příkladem může být určování vodorovné délky d mezi body A a B
- ❑ délka je přerušena překážkou (není zde přímá viditelnost)
- ❑ zvolíme bod C a určíme např. délku CA (základna)

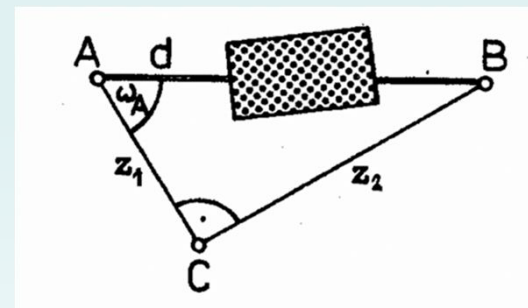
- ❑ základnu můžeme získat buď přímým nebo nepřímým měřením, výpočtem ze známých souřadnic jejích dvou koncových bodů či odvozením z jiné neznámé délky
- ❑ teodolitem odměříme úhly ω_A a ω_C a výslednou délku d určíme pomocí sinové věty:

$$d = \frac{z \cdot \sin \omega_C}{\sin(\omega_C + \omega_A)}$$



- ❑ dalším příkladem může být určení délky d přerušené překážkou výpočtem z pravoúhlého trojúhelníka
- ❑ v tomto případě změříme dvě základny z_1 a z_2 a délka d se získá z Pythagorovy věty:

$$d = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$$



C. Měření délek pomocí dálkoměrů

1. Optické dálkoměry

- **s latí konstantní délky**
 - paralaktické měření
- **se stálým úhlem**
 - nitkové (ryskové) dálkoměry
 - diagramové dálkoměry
 - dvojobrazové dálkoměry
 - s latí
 - bez latě (telemetry)

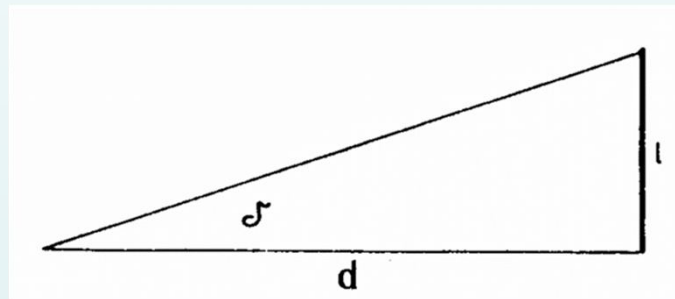
2. Elektronické dálkoměry

- světelné
- radiové

3. Totální stanice (elektronické tachymetry)

Optické dálkoměry

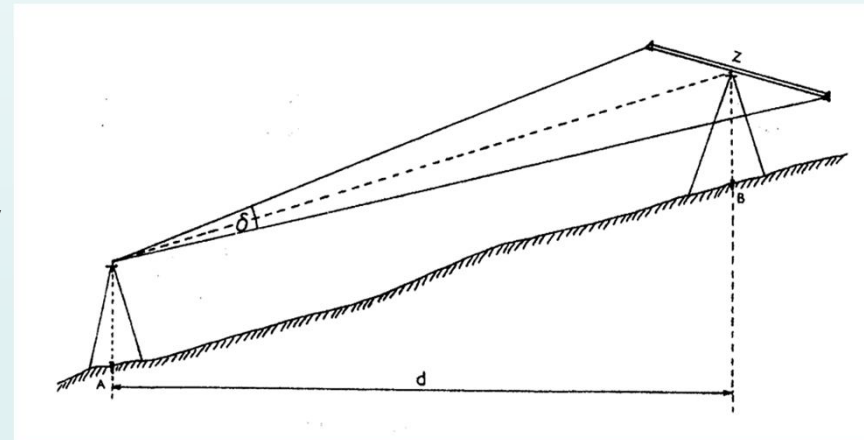
- ❑ geometrickým principem je řešení pravoúhlého dálkoměrného trojúhelníku, který tvoří delší odvěsna d (hledaná délka), kratší odvěsna l (základna) a dálkoměrný paralaktický úhel δ
- ❑ v tomto trojúhelníku platí vztah: $d = l \cdot \cotg \delta$



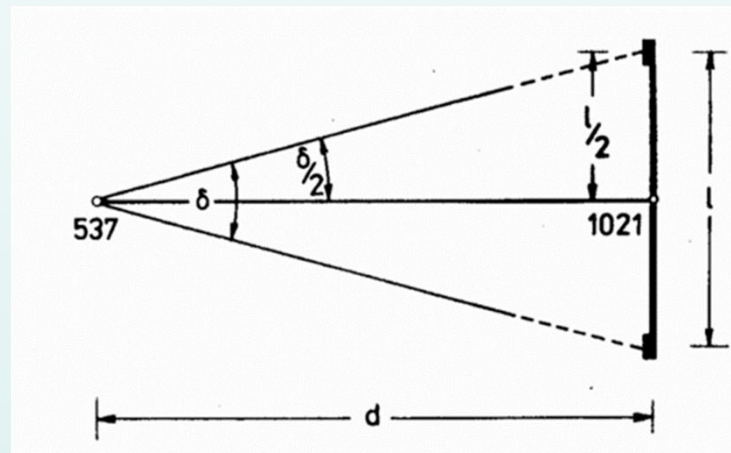
- ❑ praktická realizace tohoto způsobu určování délek:
 - jeden z prvků l , δ zůstává konstantní
 - druhý prvek se mění v závislosti na velikosti délky d
- ❑ základnu l tvoří buď úsek latě, nebo úsek stupnice v přístroji
- ❑ úhel δ se vytváří optickými klíny nebo se měří přímo teodolitem
- ❑ v některých dálkoměrech (zejména autoredukčních) se mění při měření oba dva prvky

Paralaktické měření

- ❑ použití latě - základna z je stálé délky (obvykle 2 m)
- ❑ měříme paralaktický úhel δ pod kterým vidíme oba záměrné terčičky základnové latě
- ❑ k měření používáme vteřinový teodolit
- ❑ měření: L1 (levý terčik) – P1 (pravý terčik) – P2 – L2
- ❑ z rozdílů čtení vodorovného kruhu na pravý a levý terčik se získá dvakrát měřený dálkoměrný úhel δ
- ❑ paralaktický úhel tvoří dvě svislé roviny proložené stanovištěm přístroje a koncovými body základny
- ❑ tento úhel se měří pouze v jedné poloze dalekohledu
- ❑ protože obě cílové značky leží ve stejném horizontu, přístrojové chyby zatíží obě záměry stejnou hodnotou, která se při rozdílu vyloučí



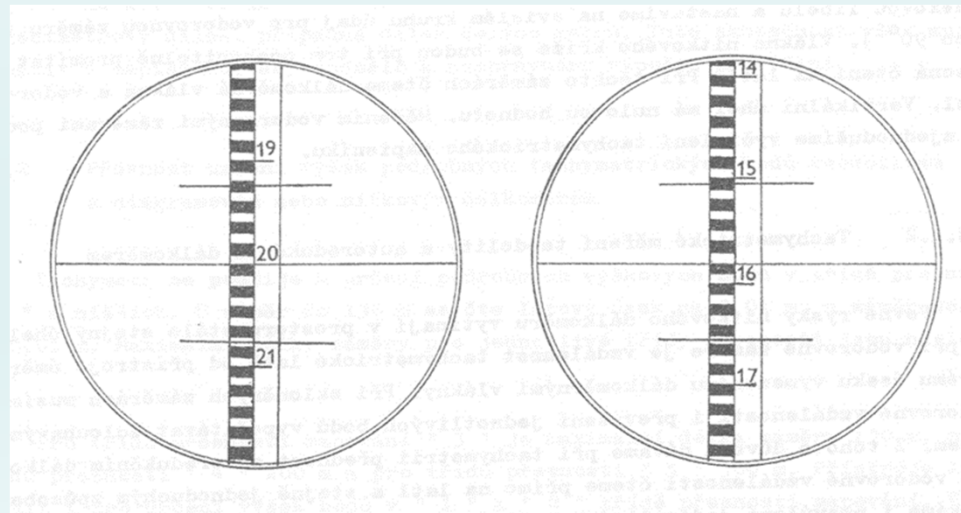
- ❑ počet měření závisí na měřené délce a na požadované přesnosti
- ❑ obvykle se měří dvě až čtyři skupiny
- ❑ princip určení délky spočívá v řešení pravoúhlého trojúhelníka
- ❑ určovaná délka je vždy vodorovná (úhel δ není závislý na výškovém úhlu)



- ❑ délka se vypočte ze vztahu:
$$d = \frac{l}{2} \cdot \cotg \frac{\delta}{2}$$
- ❑ při konstantní délce latě 2 m bude délka:
$$d = \cotg \frac{\delta}{2}$$

Nitkové dálkoměry

- ❑ nejjednodušší pomůcka k optickému měření délek
- ❑ nitkovým dálkoměrem je téměř každý teodolit nebo nivelační přístroj
- ❑ principem dálkoměru je doplnění nitkového kříže o dvě dálkoměrné rysky (distanční vlákna) umístěné symetricky ke střední vodorovné rysce
- ❑ odstupem dálkoměrných rysek je definovaný úhel δ , kterým se na svisle postavené lati vymezí a čte laťový úsek l
- ❑ laťový úsek l je funkcí vzdálenosti mezi stanoviskem a latí postavenou na cílovém bodě



Vodorovná záměra

- vztah mezi laťovým úsekem l a vzdáleností d je dán podobností

trojúhelníků:

$$\frac{f}{y} = \frac{d'}{l} \Rightarrow d' = \frac{f}{y} \cdot l$$

y ... vzdálenost dálkoměrných vláken

f ... ohnisková vzdálenost objektivu

- vhodnou volbou y dostaneme:

$$\frac{f}{y} = k = 100$$

- k je násobná konstanta a potom platí: $d' = k \cdot l$

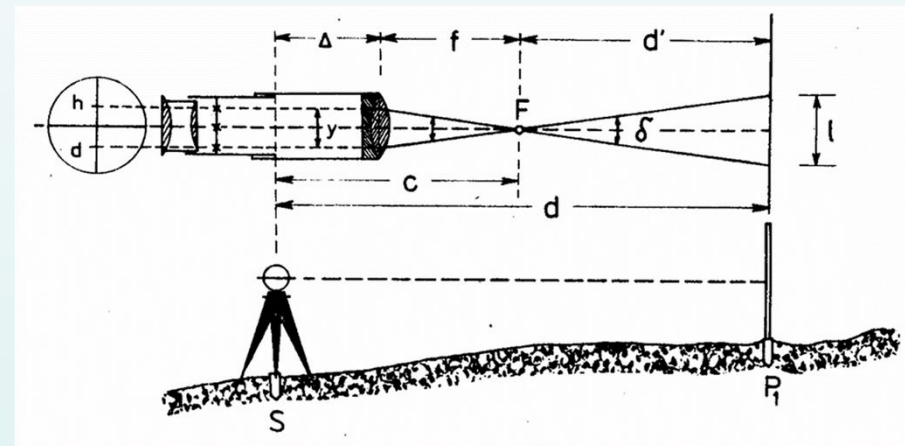
- vnější ohnisko F je vzdáleno od svislé osy přístroje o délku $c = f + \Delta$

c ... adiční (součtová) konstanta Δ ... vzdálenost objektivu od svislé osy přístroje

- celková vzdálenost potom bude: $d = d' + c = k \cdot l + c$

- dnešní dalekohledy mají vrchol paralaktického úhlu F převeden do svislé osy přístroje (pomocí rozptylné čočky) a součtová konstanta $c = 0$

- výsledná vzdálenost se získá ze vztahu: $d = k \cdot l$



Skloněná záměra

- ☐ měříme-li skloněným dalekohledem na svislou lať, svírá záměra s horizontem přístroje výškový úhel ε
- ☐ pro analaktické dalekohledy potom platí: $d' = k \cdot l'$

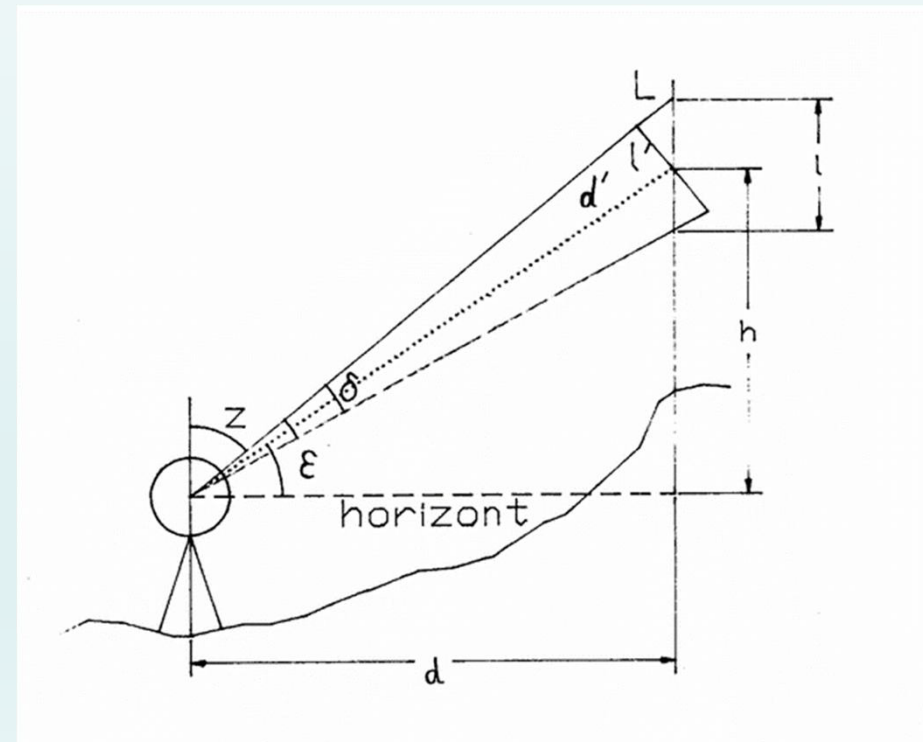
$$\cos \varepsilon = \frac{\frac{1}{2}l'}{\frac{1}{2}l} \Rightarrow l' = \cos \varepsilon \cdot l$$

l' ... přepočtený laťový úsek

- ☐ potom: $d' = k \cdot l \cdot \cos \varepsilon$
- ☐ vodorovnou vzdálenost získáme řešením pravoúhlého trojúhelníku

$$\cos \varepsilon = \frac{d}{d'} \Rightarrow d = \cos \varepsilon \cdot d'$$

$$d = k \cdot l \cdot \cos^2 \varepsilon$$



- podobným způsobem získáme převýšení

$$\sin \varepsilon = \frac{h}{d'} \Rightarrow h = d' \cdot \sin \varepsilon$$

- potom: $h = k \cdot l \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \varepsilon$

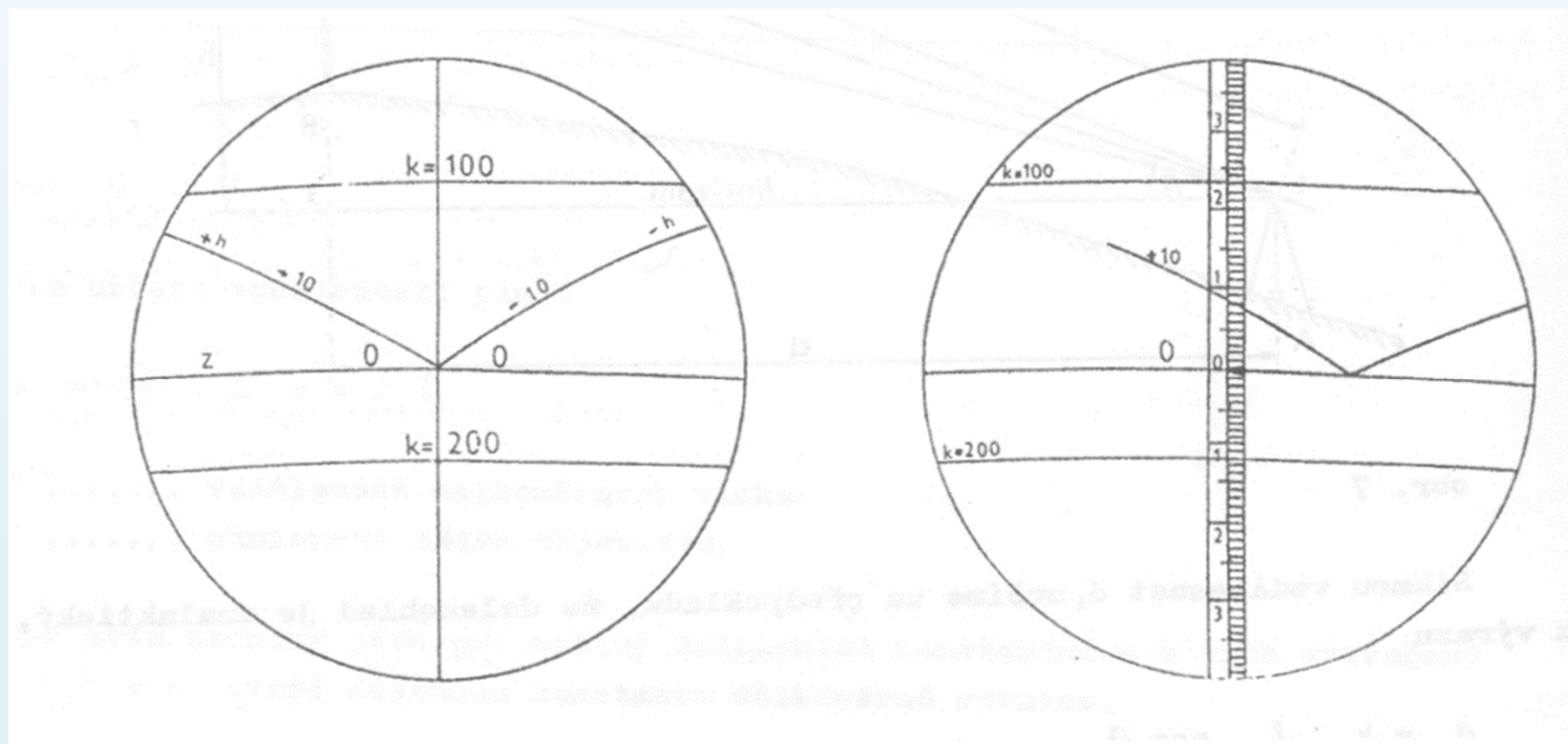
- vhodnou úpravou dostaneme: $h = \frac{1}{2} k \cdot l \cdot \sin 2\varepsilon$

- malá přesnost (asi 25 cm na 100 m)
- hlavní uplatnění v tachymetrii pro svoji rychlost a jednoduchost
- nitkový tachymetr je nevhodný pro měření v sítích

Diagramové dálkoměry

- ❑ diagramové dálkoměry fungují na principu nitkových dálkoměrů
- ❑ zdokonalují funkci nitkových dálkoměrů samočinnou redukcí laťového úseku l pro výpočet vodorovné vzdálenosti d a převýšení h nad horizontem stroje
- ❑ místo dálkoměrných rysek mají v zorném poli dalekohledu diagramy (soustavu křivek), pomocí kterých je možné odečítat přímo vodorovné délky a převýšení
- ❑ odstup křivek je automaticky proměnlivý v závislosti na sklonu záměry
- ❑ tyto křivky vymezují na laťi úsek, který odpovídá příslušné vodorovné vzdálenosti
- ❑ rysky pro převýšení se při rostoucím sklonu oddalují od základní kružnice
- ❑ v zorném poli jsou základní křivka z , křivky pro vodorovnou vzdálenost d ($k = 100, k = 200$) a křivky pro převýšení h ($k = 10, k = 20, k = 50$)
- ❑ přesnost dálkoměrů je shodná s přesností nitkových dálkoměrů
- ❑ nejznámějšími diagramovými dálkoměry jsou Dahlta (Zeiss), RDS (Wild)

Diagramový dálkoměr



Dvojobrazové dálkoměry

- ❑ u dvojobrazových dálkoměrů je do směru světelných paprsků v jedné polovině zorného pole zařazen optický klín (achromatizovaný hranol)
- ❑ ten odchyluje paprsky a tím i obraz o úhel δ
- ❑ pokud zacílíme na vodorovnou číslovanou lať, vidíme v zorném poli vzájemně vůči sobě posunuté obrazy dolní a horní poloviny latě
- ❑ posun (laťový úsek) je funkcí vzdálenosti podle vztahu:

$$d' = l \cdot \cotg \delta$$

- ❑ zbroušení klínu je voleno tak, aby hodnota $\cotg \delta$ byla rovna 100
- ❑ pak se rovnice pro výpočet délky d zjednoduší na tvar:

$$d' = 100 \cdot l$$

- ❑ dvojobrazové dálkoměry lze dělit na dálkoměry s laťí a dálkoměry bez latě (základna je umístěna v přístroji)

s latí

☐ lze použít pro měření délek do 100 až 150 m

☐ délka se vypočte podle vztahu: $d = c + d'$

$$d = c + 100 \cdot l = c + k \cdot l$$

c ... adiční (součtová) konstanta

k ... násobná konstanta

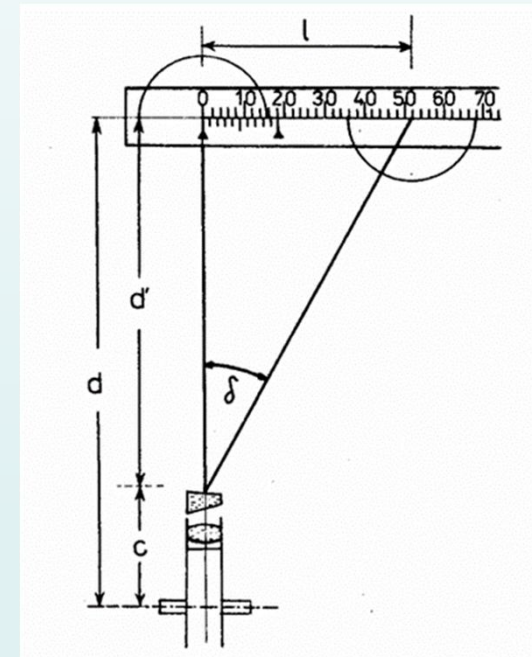
☐ nevýhodou je šikmo měřená délka, vodorovnou délku určíme pomocí měřeného svislého úhlu ε

☐ tuto nevýhodu odstraňují autoredukční dvojobrazové dalkoměry – dvojice optických klínů natáčejících se proti sobě o úhel sklonu dalekohledu (výškový úhel ε)

☐ možno používat pro přesná geodetická měření přesnost dalkoměrů je asi 2,5 až 5 cm na 100m

☐ nepoužívanějším dalkoměrem je REDTA 002 (Zeiss)

☐ laťový úsek se mění podle vztahu: $l_{\text{red}} = l \cdot \cos \varepsilon$



bez latě

- ❑ vodorovná základna proměnné velikosti je součástí přístroje
- ❑ dalekohled přijímá v horní a dolní polovině zorného pole obrazy předmětu umístěného na druhém konci měřené vzdálenosti
- ❑ tyto obrazy vznikají po průchodu dvěma hranoly – pevným a posuvným (tvoří základnu a jsou umístěné v různých výškách)
- ❑ před pevný hranol je vložen optický klín, který mění směr paprsku o úhel δ
- ❑ oba poloviční obrazy jsou převedeny do okuláru trojbokým hranolem
- ❑ po koincidenci obrazů v jeden (posunem pohyblivého hranolu po základně) odečteme na základně vzdálenost, z níž určíme šikmou délku:

$$d = l \cdot \cotg \delta$$

- ❑ pro vzdálenosti do 60 m (menší přesnost, asi 3,6 cm)
- ❑ určování vzdáleností nepřístupných cílů (není potřeba signalizační zařízení ani pomocník) - použití hlavně pro vojenské účely
- ❑ nejznámějším dálkoměrem je BRT 006 (Basic Reductions Tachymetr) od firmy Zeiss

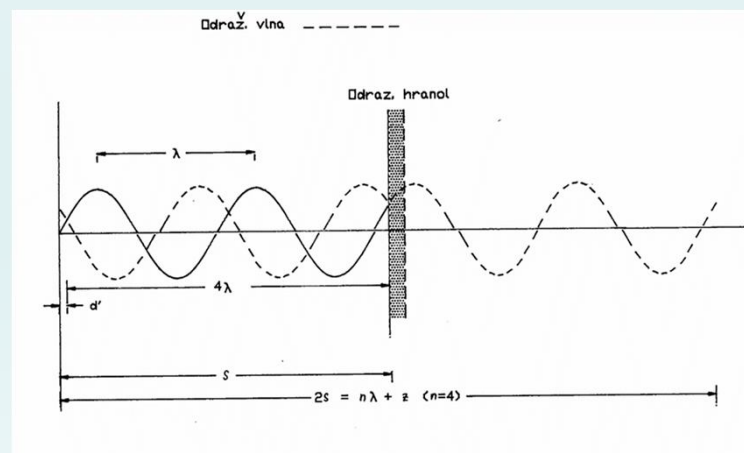
Elektronické dálkoměry

- ❑ toto měření délek využívá elektromagnetického vlnění
- ❑ principem je určení vzdálenosti ze známé rychlosti šíření těchto vln „ v “ a tranzitního času „ t “, který potřebuje vlna k překonání vzdálenosti od vysílače k odraznému zařízení a zpět:

$$2 \cdot s = \frac{c}{n} \cdot t = v \cdot t$$

- ❑ protože rychlost šíření elektromagnetických vln je velmi velká, je tranzitní čas pomocí něhož se určuje měřená délka, velmi krátký
- ❑ měřená délka se tedy častěji určuje z počtu celých period použité vlnové délky a doměrku, který se určí měřením:

$$2 \cdot s = n \cdot \lambda + d$$



Šíření elektromagnetického záření

- v homogenním prostředí se elektromagnetické vlny šíří stejnou rychlostí ve všech směrech a přímočaře
- atmosféra je však prostředí různorodé a značně proměnlivé
- tato nestejnorodost atmosféry působí změny jak v rychlosti šíření elektromagnetických vln, tak ve tvaru jejich dráhy
- znalost vlastností atmosféry má vliv na kvalitu elektronicky měřených délek
- atmosféru z fyzikálního hlediska charakterizuje zejména teplota „ T “, tlak vzduchu „ p “ a vlhkost „ e “
- z optického hlediska stav fyzikálních vlastností atmosféry souhrnně vyjadřuje index lomu atmosféry „ n “ a jeho změny „ d_n “
- index lomu atmosféry závisí také na vlnové délce záření „ λ “ a mění se v přízemních vrstvách atmosféry v závislosti na místě a času
- šíření elektromagnetického vlnění doprovází některé fyzikální jevy, které mají vliv na výslednou přesnost měřených délek
- jedná se především o absorpci, difúzi, odraz, difrakci, refrakci

Absorpce

- při šíření elektromagnetických vln atmosférou je část energie záření pohlcována (absorbována)
- tato pohlcená energie se mění převážně na energii tepelnou
- má vliv zejména při měření světelnými dálkoměry
- vliv absorpce na ultrakrátké vlny, které používají radiové dálkoměry, je téměř zanedbatelný

Difúze

- při šíření elektromagnetických vln atmosférou je část energie záření rozptylována (difundována)
- rozptyl elektromagnetických vln se projevuje odchylováním částí elektromagnetického signálu od původního směru šíření
- k rozptylu dochází zejména u světelných paprsků
- u ultrakrátkých radiových vln dosahuje difúze jen malých hodnot

Odraz

- při průchodu elektromagnetického vlnění různými prostředími dochází na rozhraní těchto prostředí k odrazu a k lomu
- k rušivým odrazům může docházet, pokud je v blízkosti dráhy světelných paprsků nějaká odrazná ploška (např. sklo) nebo pokud je např. odrazný hranol prasklý
- do přijímače dálkoměru se pak kromě signálu šířícího se po přímé dráze měřené délky dostávají i nežádoucí a mnohem slabší signály odražené od jiné odrazné plochy
- na vstupu přijímače pak dochází k interferenci (prolínání) obou signálů, jejímž výsledkem je vlnění o stejné frekvenci, ale s posunutou fází, čímž dochází k chybám v měřené délce

Difrakce

- jedná se vlastně o ohyb záření na hranách překážek
- vyskytuje prakticky pouze u radiových vln
- difrakcí se mění intenzita šířícího se elektromagnetického vlnění
- u světelných paprsků nemá prakticky žádný vliv na přesnost měřené délky

Refrakce

- refrakcí rozumíme odklon či zakřivení paprsků oproti geometricky přímé spojnici koncových bodů měřené délky
- děje se v důsledku proměnlivosti prostředí a jeho fyzikálních vlastností (zejména proměnlivosti hustoty prostředí)

- refrakce se vyjadřuje koeficientem „ k “:
$$k = \frac{R}{r}$$

- vliv refrakce se určí ze vztahu:
$$\Delta r = k \cdot \frac{s^2}{2R}$$

R ... poloměr Země

r ... poloměr refrakční křivky (oblouk kružnice, kterým se nahrazuje dráha elektromagnetické vlny)

s ... vzdálenost koncových bodů měřené délky

- hodnota koeficientu k pro lokální, resp. regionální poměry a různá období se určuje z geodetických měření (zejména zenitových úhlů)
- jeho průměrná hodnota pro světelné vlny je 0,13 a pro ultrakrátké vlny 0,25

Závěr

- ❑ světelné vlny mají některé příznivější vlastnosti pro měření délek než radiové vlny
 - dráha světelných paprsků je méně zakřivená
 - jejich rychlost méně ovlivňuje nehomogenita prostředí
 - vhodným optickým systémem je můžeme soustřeďovat do úzkého svazku
- ❑ špatné atmosférické podmínky však nepříznivě ovlivňují měření světelnými dálkoměry
 - hustá mlha a silnější déšť je téměř znemožňují
 - v takovýchto podmínkách je výhodnější použití radiových dálkoměrů

Světelné dálkoměry

- pracují na principu vysílaných světelných vln, ke vzniku přispěl rozvoj elektroniky
- rovnoběžný svazek vysílaných světelných paprsků se odráží na odrazném zrcadle zpět do vysílače (dálkoměr)
- po průchodu dopadá na fotobuňku (fotonásobič), kde se světelná energie mění na elektrickou energii
- fázový rozdíl vzniklý mezi vysílaným a odraženým signálem se určí v tzv. nulovém detektoru
- výsledná měřená délka (šikmá) se zobrazí na displeji dálkoměru
- novější světelné dálkoměry jsou vybaveny elektronickými výpočetními systémy, které automaticky redukuje šikmé vzdálenosti na vodorovné
- přístroje vypočítávají výškové rozdíly, případně provádějí i souřadnicové výpočty
- k přístroji je možné také připojit registrační zařízení
- přesnost podle typu přístroje a měřené vzdálenosti (řádově až v mm)
- mezi nejznámější patří: EOT 2000, Reta, Rekota

Radiové dálkoměry

- používají modulovaných radiových vln délky asi 1 m
- předchůdcem byly radiolokační přístroje (radary)
- tyto dálkoměry se někdy také označují jako telurometry
- lze je použít i za zhoršených atmosférických podmínek
- měřickou soupravu tvoří dvě zařízení: vysílací stanice a protistanice (funguje jako odrazné zařízení)
- princip jejich činnosti:
 - vyslání signálu – dopad na přijímací anténu – zavedení signálu do detektoru (demodulátoru) – odstranění nosného vlnění – upravení ve formovači a po zesílení se signál vrací do generátoru
 - zde dochází k modulaci – vyslání zpět k hlavní stanici – ve směšovači se „sejde“ se signálem vysílaným z hlavní stanice – oba signály jsou v detektoru demodulovány – v měřícím bloku jsou fázově porovnány
 - ze zjištěného fázového rozdílu je poté automaticky určena vzdálenost
- umožňují měřit vzdálenosti až několik desítek kilometrů (100 km)
- chyba je ovšem větší než u dálkoměrů světelných (desetiny metru)

Totální stanice

- ❑ vznikla spojením elektronického teodolitu, elektrooptického dálkoměru a jednoúčelového počítače (dosah až 5 000 m podle podmínek)
- ❑ umožňuje zápis bodů do vnitřní paměti (nebo na kartu)
- ❑ pomocí měřených zenitových vzdáleností automaticky převádí šikmé vzdálenosti na vzdálenosti vodorovné
- ❑ u novějších typů možnost měření bez hranolu (až do vzdálenosti 2 000 m)
- ❑ mnoho výpočetních programů
 - umožňují zpracování přímo měřených veličin
 - souřadnicové úlohy a další výpočty
 - převod polárních souřadnic na pravoúhlé
 - výpočet převýšení a výšek
- ❑ existuje řada modifikací pro různé využití: vytyčovací paprsky, automatické vyhledávání cíle, kombinované měření s GPS, vytváření mapy přímo v terénu
- ❑ Leica, Trimble, Topcon, Nikon, Sokkia, Pentax, Spectra Precision, South, Zeiss

Totální stanice



**Děkuji za pozornost
Ing. Miloš Cibulka, Ph.D.**

**Ústav hospodářské úpravy lesů a aplikované geoinformatiky
Lesnická a dřevařská fakulta
uhulag.mendelu.cz
tel.: 545 134 015**