Planimetrie
Metody a pomůcky k měření ploch
Srážka mapového listu
Výpočet plochy ze souřadnic
Dělení pozemků (plochy)

Kartografie

přednáška 9

Měření ploch

- při určování plochy na plánu nebo mapě se vždy jedná o výpočet plochy obecného mnohoúhelníka
- plocha pozemku je vymezena vodorovným průmětem tohoto obrazce daného hranicemi pozemku

Způsoby měření ploch

- výpočet ploch z plánů a map
  - graficko - počtářský způsob - pomocí hodnot z plánu nebo mapy
  - planimetrický způsob - pomocí mechanických pomůcek (planimetrů)
- výpočet ploch z původních měr získaných přímým měřením v terénu
- výpočet ploch kombinovaným způsobem (některé veličiny z terénu a některé z mapy)

Graficko-počtářský způsob

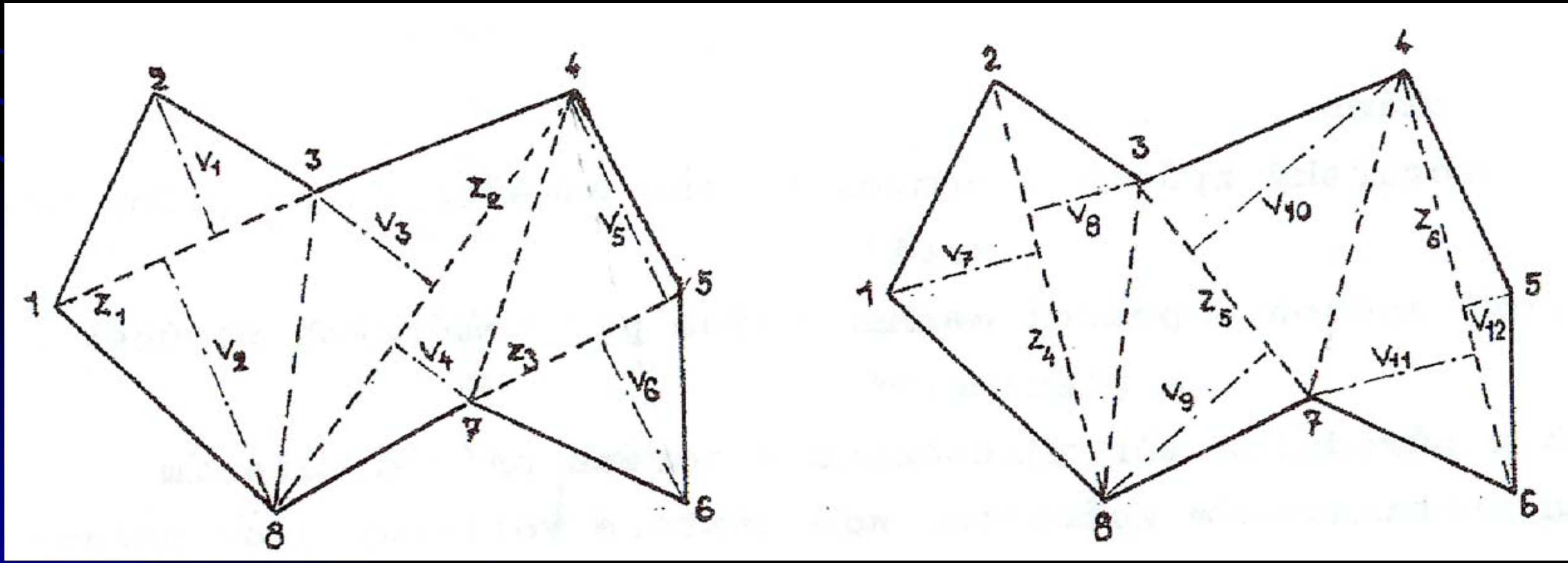
- rozdělení nebo přetvoření plochy na jednodušší obrazce
- plochy potom počítáme podle vzorců z geometrie

Rozložením na trojúhelníky

- trojúhelníky o základnách z a výškách v
- plochy jednotlivých trojúhelníků podle vzorce:

$$P = \frac{1}{2} (z \cdot v)$$

- kontrola rozdělením na jiné trojúhelníky



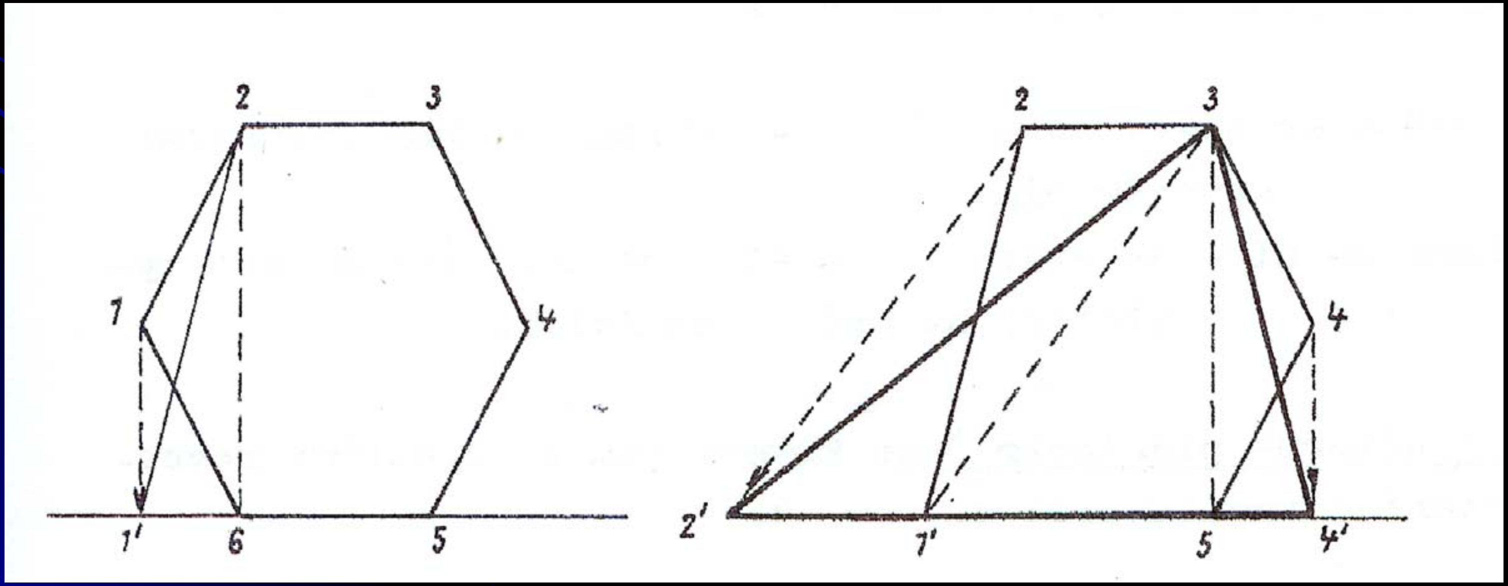
- můžeme použít Heronův vzorec:

$$P = \sqrt{s\,(s - a)\,(s - b)\,(s - c)}$$

$$s = (a + b + c) / 2$$

Převedením na jednodušší obrazce

- využití poznatku => plocha trojúhelníka se nezmění, nezmění-li se jeho základna a výška
- postupně změníme šestiúhelník na trojúhelník
- plochu trojúhelníka vypočteme z měr oměřených v plánu



Měření ploch pomocí planimetrů

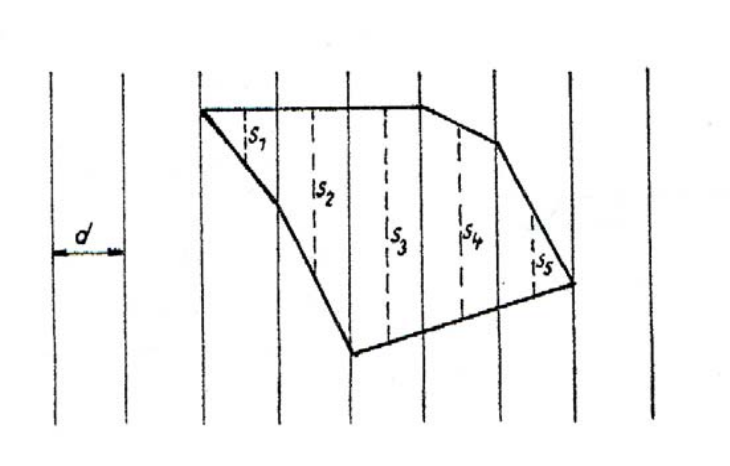
- nejpoužívanější mechanické pomůcky
- podle konstrukce je dělíme na:
  - proužkové - jednoduché, velmi přesné, časově náročné
    - nitkové
    - transparentní - osnova rovnoběžek na průsvitné folii

$P = (s_1 + s_2 + s_3 + \dots s_n) \cdot d$

$P = d \cdot \Sigma s$

s_n …střední příčky

d … vzdálenost mezi rovnoběžkami



  - objížděcí - pohodlné, rychlé, málo přesné
    - polární
    - přímkové
  - tyčové - konstrukčně nejjedodušší, nejméně přesné

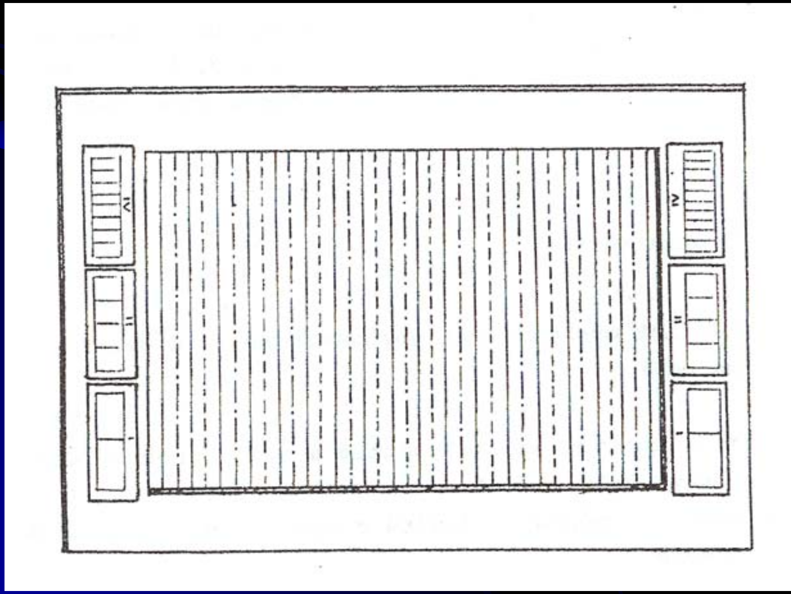
Nitkový planimetr (Alderův)

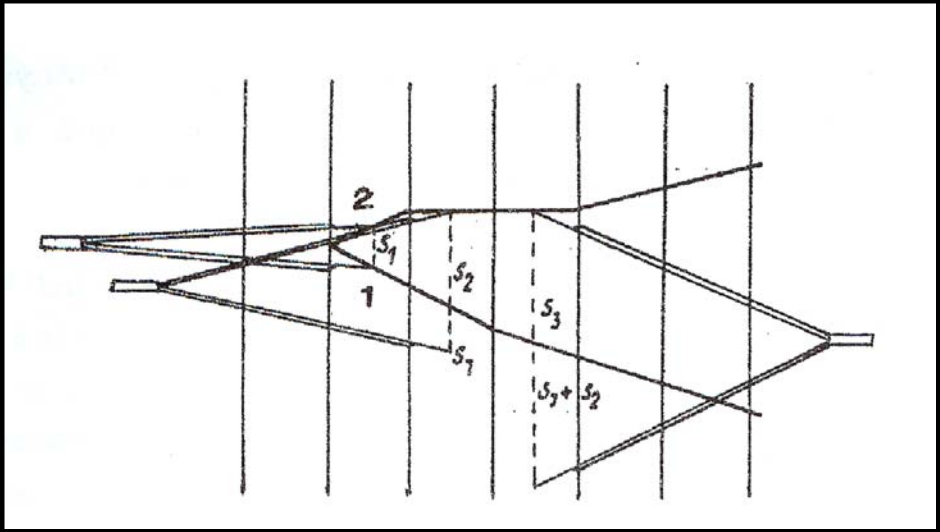
- kovový rám s napnutými rovnoběžnými vlákny
- vlákna barevně odlišená (d, 2d a 4d)
- k měření a sečítání středních příček používáme součtové kružítko
- rozvor kružítka nastavujeme na jednom z příčných plochových měřítek na jednoduše násobitelnou hodnotu
- plocha obrazce: $P = n \, . \, l + z$

n … součet celých rozvorů

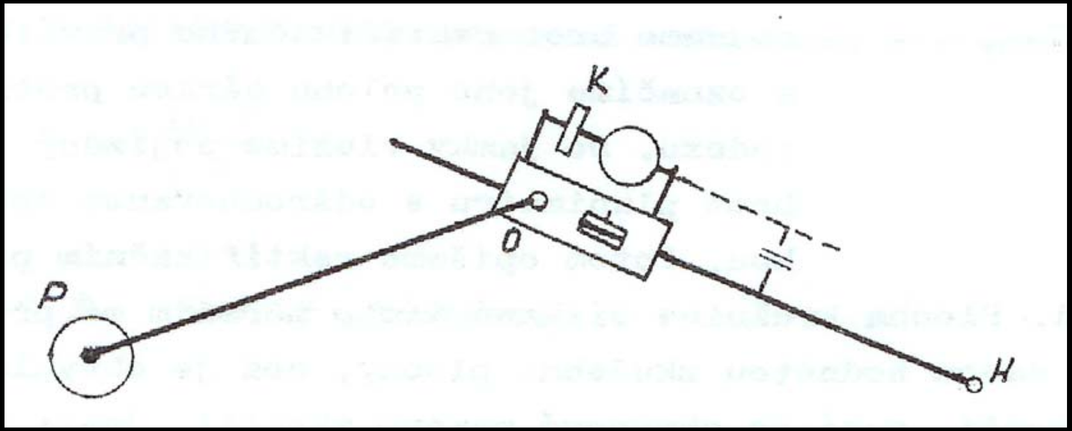
l … plocha jednoho rozvoru

z … zbytek rozvoru





Polární planimetr



- skládá se ze tří částí:
  - pólové rameno
    - závaží
    - hrot k zabodnutí
  - objízdné rameno
    - stupnice pro volbu délky ramene
    - objízdný hrot s opěrkou
  - měřící kolečko
    - svým obvodem pojíždí nebo smýká po plánu
    - otáčí se kolem osy rovnoběžné s objízdným ramenem
    - rovnoběžnost je základní podmínkou pro správné měření (měření plochy ve dvou symetrických polohách)
    - je spojeno se stupnicí na bubínku a vernierem
    - můžeme odečítat až 1/1000 otočky kolečka
- rektifikační pravítko - pro zkoušku správnosti a konstant

- určení plochy:
  - pól mimo obrazec: $P = r \, . \, U$
  - pro pól uvnitř obrazce: $P = r \, . \, U + c$

    r … délka objízdného ramene

    U … délka dráhy kolečka

    c … konstanta (plocha základní kružnice, kterou opisuje hrot H, když se kolečko neotáčí)

Postup při planimetrování:

- nastavení délky objízdného ramene podle tabulky
- umístíme pól přístroje mimo obrazec => větší přesnost
- zvolíme výchozí bod na obrazci => přiložíme hrot => přečteme údaj na měřícím kolečku $č_1$
- objedeme hrotem obrazec a přečteme údaj $č_2$
- z rozdílů čtení obdržíme hodnotu $č = |č_2 - č_1|$
- plochu vypočteme podle výrazu: $P = k \, . \, č$

  k … konstanta pro určité měřítko
- změníme pól a měření opakujeme

- chceme-li přesnější hodnoty, opravíme výsledky o srážku papíru
- pro větší obrazce umístíme pól uvnitř => menší přesnost
- vhodnější je větší obrazec rozdělit a planimetrovat s pólem vně
- pro méně přesné práce - projektování, meliorace

Digitální přístroj

- v dnešní době se stále častěji používají různé digitizéry nebo digitální planimetry
- pohodlné, rychlé, přesné

X - plan 360

Vztah mezi plochou na plánu a ve skutečnosti

- můžeme odvodit z plochy obdélníka: $P = a \cdot b$
- v měřítku 1 : M bude plocha: $P_m = a / m \cdot b / m$

  $P_m = P / m^2 \Rightarrow P = P_m \cdot m^2$

  P … plocha ve skutečnosti

  P_m … plocha v měřítku

  m … měřítkové číslo
- převody mezi měřítky: $P / P' = M^2 / M'^2 \Rightarrow P = P' \cdot M^2 / M'^2$

  P … plocha, kterou chci

  P´… plocha, kterou jsme změřili v měřítku M´
- dovolené odchylky slouží ke kontrole aritmetického průměru vypočteného z několika měření plochy

$$\Delta P = a \cdot P + b \cdot \sqrt{P}$$

a … vliv systematických chyb

b … vliv nahodilých chyb

$$\Delta P = 0{,}001 \cdot P + (m / 5\,000) \cdot \sqrt{P}$$

P … plocha v m^2

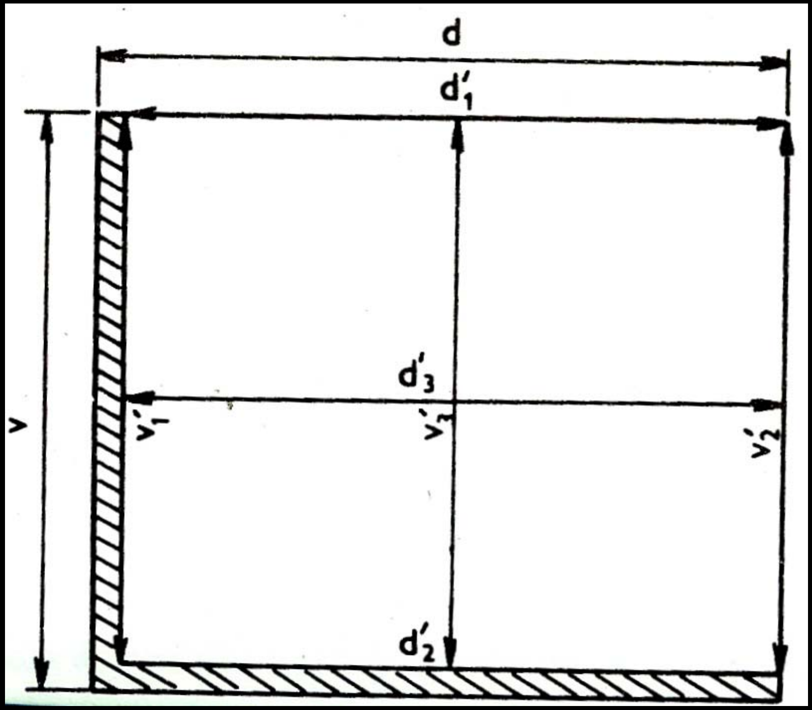
Srážka papíru

- změna rozměrů papírů plánů a map
- papír plánu a mapy mění své rozměry:
  - stářím
  - vlivem vlhkosti
  - změnami teploty
  - tiskem mapy (místní deformace)
- na velikost deformace má podstatný vliv struktura papíru
- srážka není rovnoměrná po celé ploše plánu nebo mapy
- pro praktické účely ji určujeme jako průměrnou hodnotu v %
- srážce se bráníme nalepováním plánů a map na hliníkové desky
- velikost srážky se určuje:
  - z rozměrů sekčního rámu
  - ze čtvercové sítě
- používáme rozměry z doby vyhotovení mapy nebo plánu
- rozeznáváme srážku:
  - délkovou
  - plošnou

Určení srážky ze sekčního rámu

Délková srážka

- srážku určíme porovnáním správných a sražených rozměrů sekčního rámu



$$d' = d'_1 + d'_2 + 2d'_3 / 4$$
$$v' = v'_1 + v'_2 + 2v'_3 / 4$$

- potom odvodíme procentní srážku pro oba rozměry sekčního rámu (délku p, šířku q)

$$p\,(\%) = 100 \,.\, ((d - d') / d)$$
$$q\,(\%) = 100 \,.\, ((v - v') / v)$$

Plošná srážka

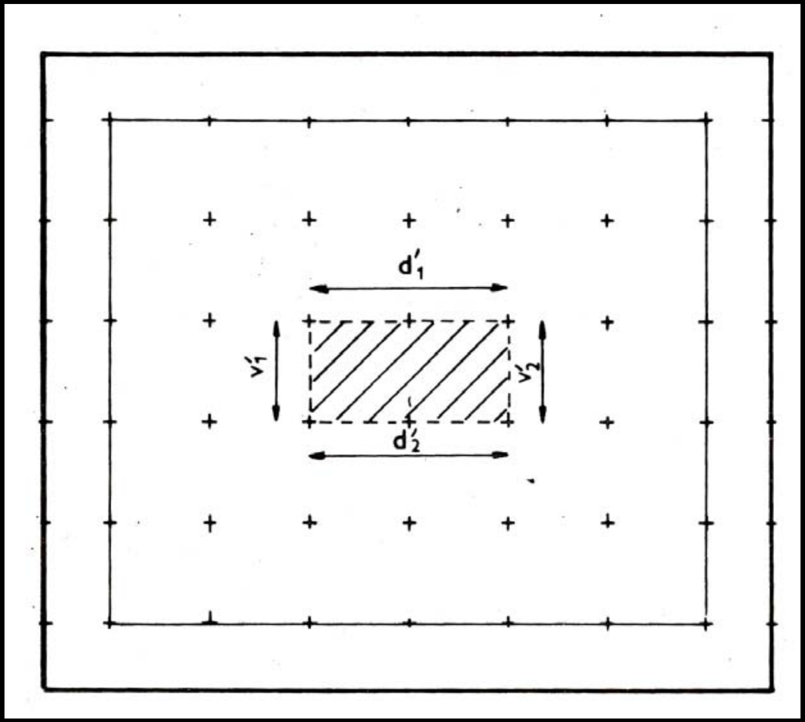
- průměrnou srážku vypočteme v procentech z podélné a příčné procentické srážky podle vztahu:

$$S\ (\%) = p\ (\%) + q\ (\%)$$

- procentická srážka nám udává opravu v m^2 na 100 m^2 planimetrované plochy
- deformace papíru se mění s časem => provést určení srážky před zahájením každého měření na mapě

Určení srážky ze čtvercové sítě

- v určitém místě mapového listu (pro jednotlivé parcely)



$$d' = d'_1 + d'_2 / 2$$

$$v' = v'_1 + v'_2 / 2$$

Výpočet plochy měřické sítě ze souřadnic

- počítáme na základě l´Hullierových vzorců
- tento způsob možno použít i u výpočtu plochy zaměřené ortogonálně
- hodnoty délek (staničení) a délky kolmic nám představují pravoúhlé souřadnice v místní soustavě
- polygon číslujeme ve směru pohybu hodinových ručiček
- plochu budeme počítat z lichoběžníků:

$$P = P_1(1,2,2',1') + P_2(2,3,3',2') + P_3(3,4,4',3') - - P_4(5,4,4',5') - P_5(5,1,1',5')$$

- vzorec pro výpočet plochy lichoběžníka:

$$P = \tfrac{1}{2}(a + b) \cdot v \quad \Rightarrow \quad 2P = (a + b) \cdot v$$

- z obrázku vyplývá:

$$2P = (x_1 - x_2) \,.\, (y_1 + y_2) + (x_2 - x_3) \,.\, (y_2 + y_3) + (x_3 - x_4) \,.\, (y_3 + y_4) + (x_4 - x_5) \,.\, (y_4 + y_5) + (x_5 - x_1) \,.\, (y_5 + y_1)$$

- obecně můžeme napsat:

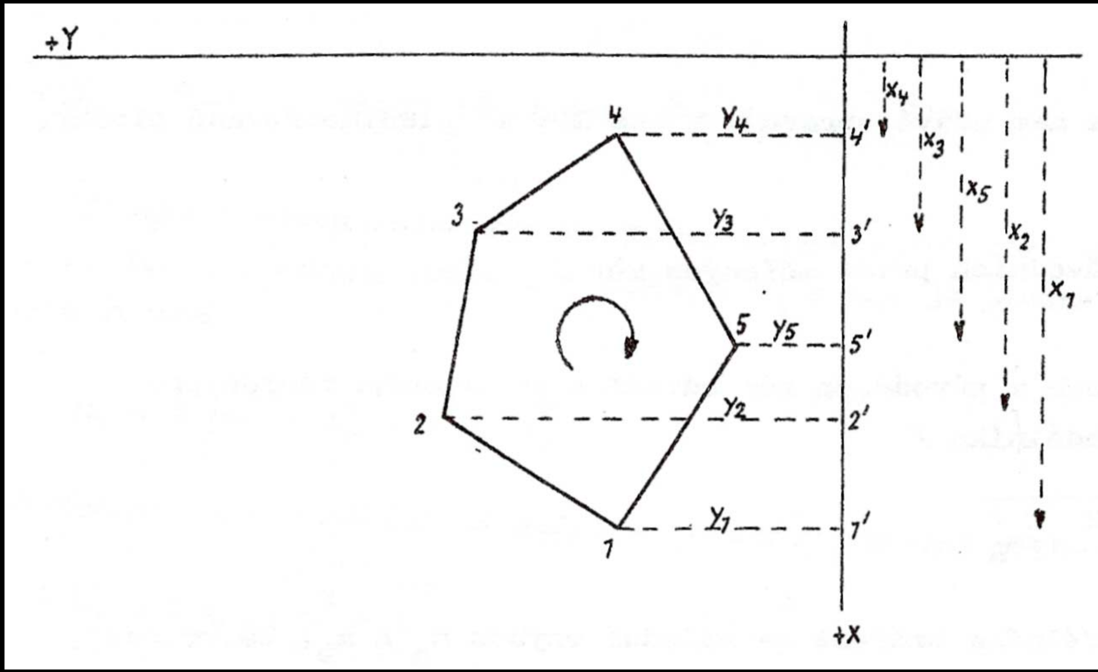
$$2P = \sum (x_n - x_{n+1}) \,.\, (y_n + y_{n+1})$$

- vynásobením výrazů v závorkách, jejich vykrácením a vhodným seskupením dostaneme:

$$2P = \sum x_n \,.\, (y_{n+1} - y_{n-1})$$

$$2P = \sum y_n \,.\, (x_{n-1} - x_{n+1})$$

- plochu počítáme dvakrát (podle obou vzorců)



Dělení pozemků

- dělení pozemků se provádí, potřebuje-li:
  - rozdělit pozemek na několik stejných částí
  - oddělit z pozemku část o určité dané výměře
- v zemědělské a lesnické praxi se tyto úlohy vyskytují:
  - při vytyčování osevních ploch
  - při oddělování pokusných polí
  - při rozdělení lesní školky atd.
- než začneme s dělením pozemku, musíme vhodným způsobem určit a ověřit jeho výměru:
  - zaměřit v terénu a potom vypočítat výměru
  - odměřit výměru z plánu

- způsob dělení závisí na:
  - tvaru pozemku (trojúhelník, lichoběžník, rovnoběžník, mnohoúhelník)
  - na směru vedení dělící přímky

Postup při oddělování

- zaměření pozemku pravoúhlou metodou (ortogonální)
- vyhotovení měřického náčrtu
- vykreslení situace v měřítku z měr měřického náčrtu
- ze situačního plánu určíme plochu:
  - rozdělením na trojúhelníky a změřením jejich základen a výšek
  - planimetricky

Pozemek tvaru trojúhelníku

1. oddělit část o ploše p, přímou hranici vést z bodu P
   - změříme všechny strany (a, b, c), výšky v a v_1
   - vypočteme plochu:

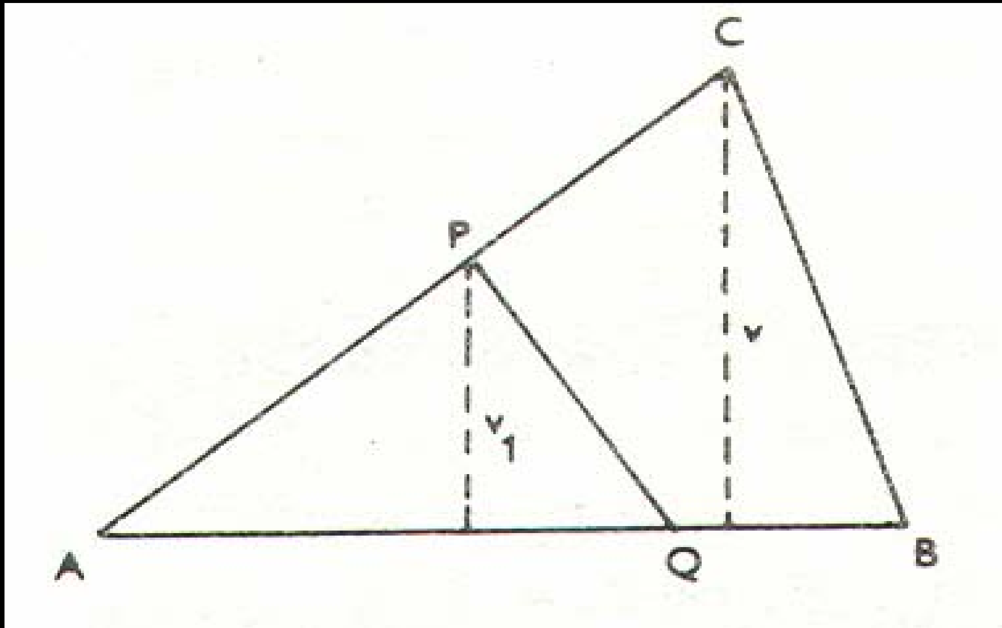
$$P = \sqrt{s.(s-a).(s-b).(s-c)} \qquad s = (a+b+c) / 2$$

kontrolně: $P = (z.v) / 2$

   - vypočteme základnu x = AQ z rovnice: $p = (x \,.\, v_1) / 2$

$$x = 2p / v_1$$

   - tuto vzdálenost naneseme na stranu AB a dostaneme druhý bod dělící přímky Q



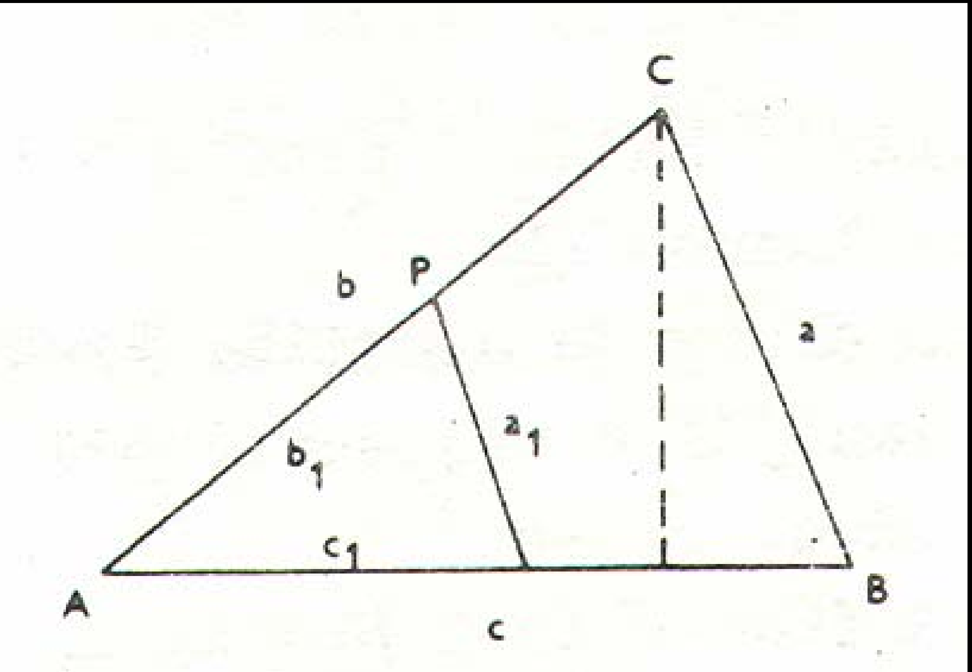
2. oddělit plochu p přímkou QP rovnoběžnou se stranou BC

- změříme všechny strany v trojúhelníku a výšku v
- vypočteme plochu:

$$P = \sqrt{s.(s-a).(s-b).(s-c)} \qquad s = (a+b+c) / 2$$

kontrolně: $P = (z.v) / 2$

- z podobnosti trojúhelníků ABC a AQP vypočteme strany a_1, b_1, c_1 trojúhelníka AQP



- platí, že plochy podobných trojúhelníků jsou úměrné čtvercům stejnolehlých stran

$$P : p = a^2 : a_1^2 \quad \Rightarrow \quad a_1 = a.\sqrt{p/P}$$

$$P : p = b^2 : b_1^2 \quad \Rightarrow \quad b_1 = b.\sqrt{p/P}$$

$$P : p = c^2 : c_1^2 \quad \Rightarrow \quad c_1 = c.\sqrt{p/P}$$

plocha trojúhelníka ABC … P

plocha trojúhelníka AQP … p

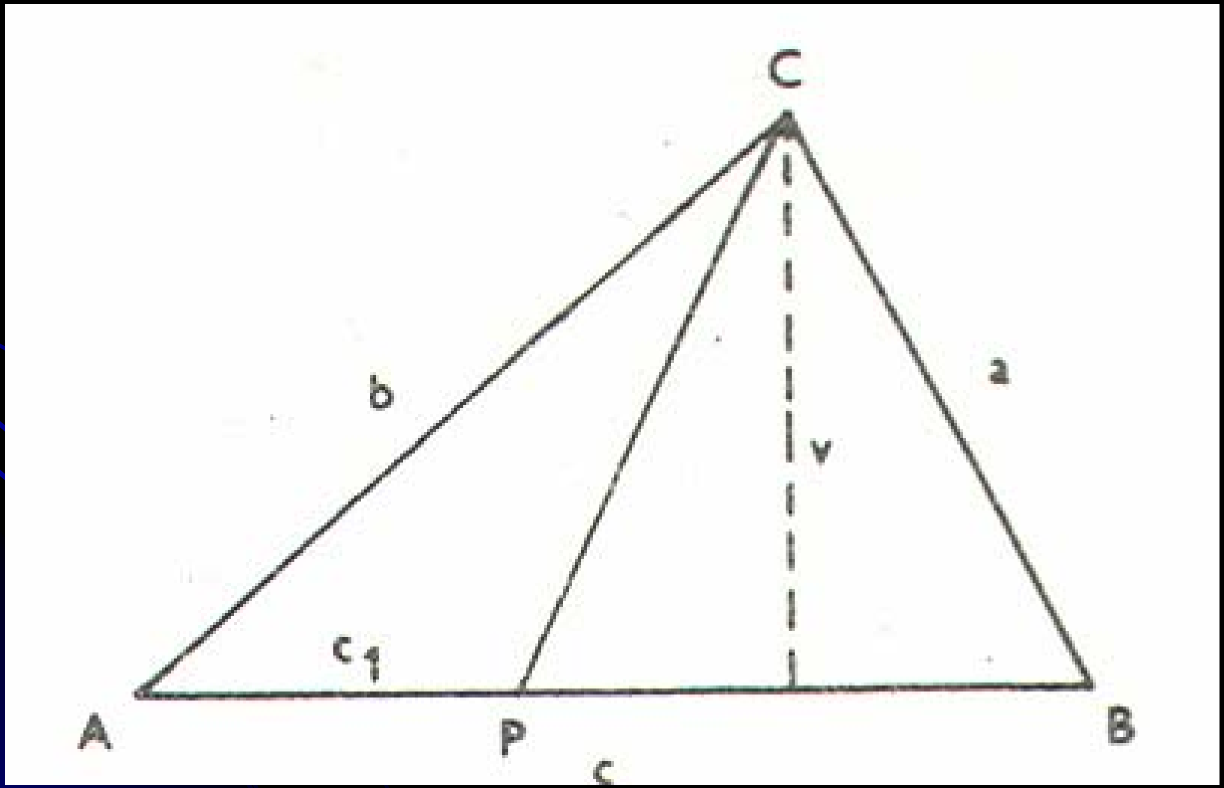
- délku b_1 naneseme na stranu AC a c_1 na stranu AB
- spojnice koncových bodů b_1, c_1 je hledaná přímka QP
- pro kontrolu přeměříme => délka musí být shodná s a_1

3. oddělit plochu p přímkou vedoucí z bodu C

- trojúhelníky ABC a ACP mají společnou výšku v
- plochy obou trojúhelníků jsou úměrné základnám c, c_1

$$P : p = c : c_1 \quad \Rightarrow \quad c_1 = c \cdot p/P$$

- délku c_1 naneseme na stranu AB a dostaneme bod P

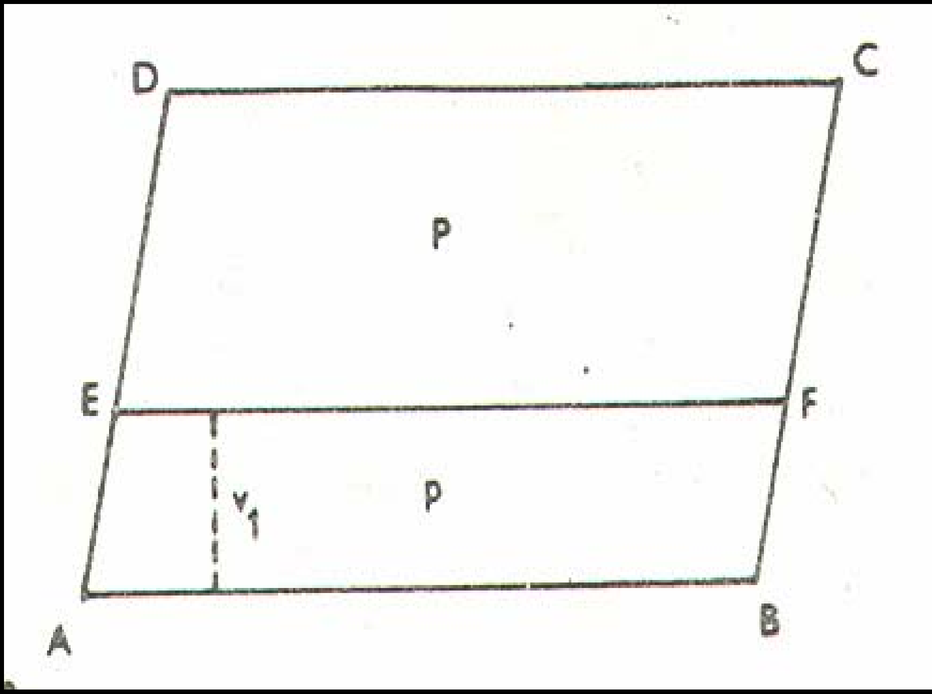


Pozemek tvaru rovnoběžníku

- rovnoběžníkový pozemek:
  - čtverec - obdélník - kosočtverec - kosodélník
- oddělit plochu p od rovnoběžníku
  - musíme určit výšku v_1 rovnoběžníka ABFE
  - stranu AB změříme
  - vzorec pro výpočet plochy rovnoběžníka:

    $p = z \, . \, v_1 = AB \, . \, v_1$

    $v_1 = p/z = p/AB$
  - na straně AB vztyčíme na obou koncích kolmice o délce v_1
  - prodloužená přímka obou konců kolmic protne strany AD a BC v bodech E a F
  - spojnice těchto bodů je hledanou dělící příčkou



Pozemek tvaru lichoběžníku

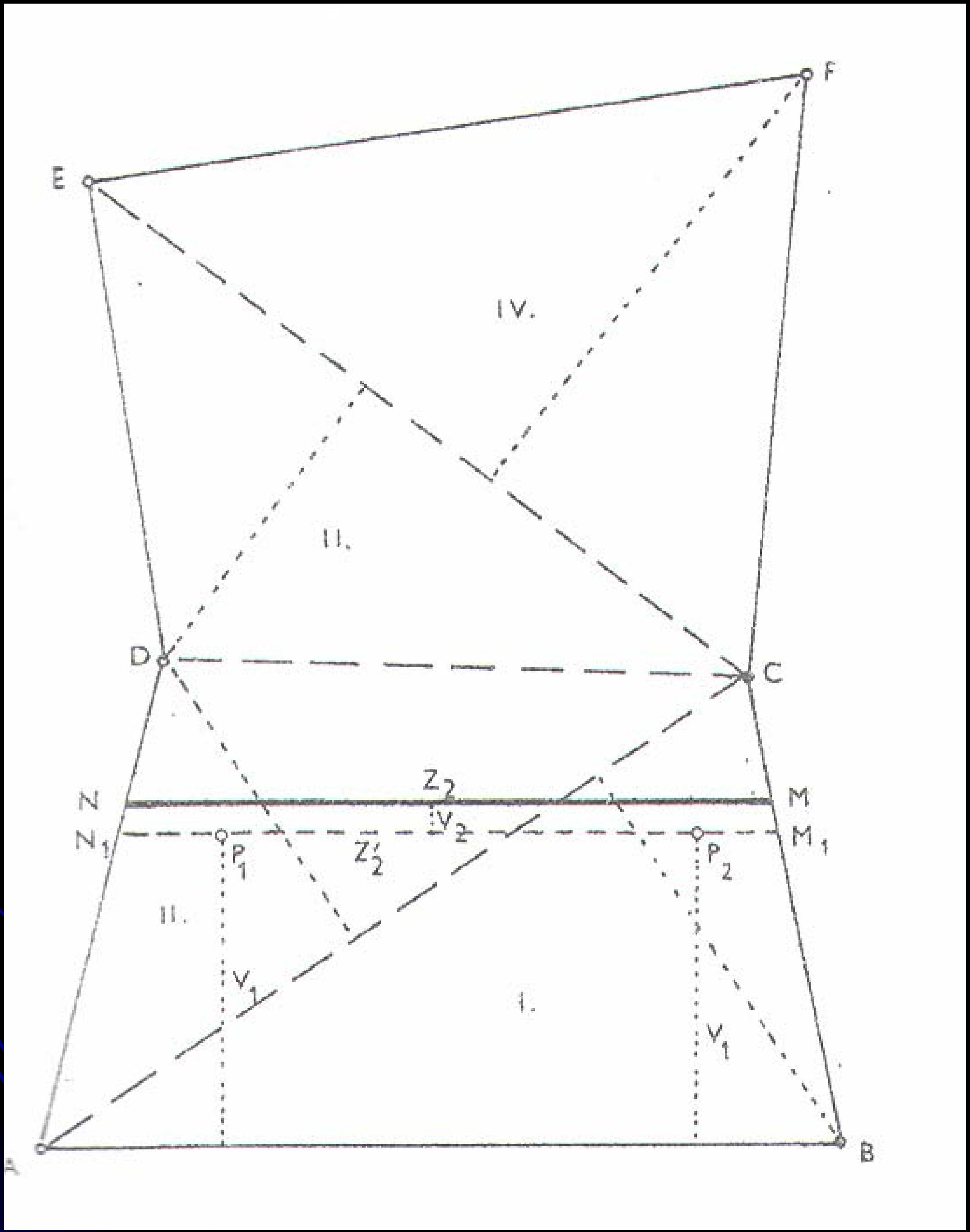
- oddělit plochu p tak, aby dělící příčka byla rovnoběžná se stranou AB
  - oddělovanou část plochy p považujeme za rovnoběžník o základně z_1 = AB a výšce v_1
  - vypočteme: $v_1 = p/z_1$
  - výšky naneseme na konce základny z_1, spojíme a určíme body M_1 a N_1
  - změříme $M_1N_1 = z_2´$ a vypočteme plochu p_1

$$p_1 = ½(z_1+z_2´)\ .\ v_1$$

  - vypočteme rozdíl mezi plochou p, kterou máme oddělit a již oddělenou plochou p_1

$$\Delta p = p - p_1$$

  - o tento rozdíl musíme předběžně oddělenou část hranicí M_1N_1 zvětšit nebo zmenšit
  - vycházíme z lichoběžníku M_1N_1NM, který považujeme za rovnoběžník o známé ploše Δp a základně $z_2´$



F
E
IV.
II.
D
C
Z_2
N
M
V_2
N_1
P_1
P_2
M_1
Z'_2
II.
V_1
I.
V_1
A
B

- vypočteme výšku v_2 a naneseme od základny z_2'

$$\Delta p = z_2' \,.\, v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \Delta p \,/\, z_2'$$

- prodloužená přímka konců výšek protne strany AD a BC v bodech MN
- tyto body nám určují definitivní dělící přímku (základnu z_2)
- změříme tuto základnu a pro kontrolu vypočteme plochu odděleného lichoběžníka ABMN
- pokud by se vyskytl znovu rozdíl mezi plochami, vypočetli bychom z něho novou výšku
- o tuto výšku bychom znovu posunuli dělící přímku MN